

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MODELAGEM E CARACTERIZAÇÃO DE TRÁFEGO DE**  
**REDES COM PROPRIEDADES MULTIFRACTAIS**

**TIAGO ALMEIDA FRAGA**  
**VITOR GABRIEL JAIME PAIVA**

**ORIENTADOR: PAULO HENRIQUE PORTELA CARVALHO**

**CO-ORIENTADOR: MÁRCIO AUGUSTO DE DEUS**

**DISSERTAÇÃO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO**

**BRASÍLIA/DF: DEZEMBRO – 2007**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MODELAGEM E CARACTERIZAÇÃO DE TRÁFEGO DE REDES**  
**COM PROPRIEDADES MULTIFRACTAIS**

**TIAGO ALMEIDA FRAGA**  
**VITOR GABRIEL JAIME PAIVA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO.

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Paulo Henrique Portela Carvalho, Docteur (ENE-UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Márcio Augusto de Deus, Mestre (ENE-UnB)**  
**(Co-Orientador)**

---

**Prof. Rafael Timóteo de Sousa Jr., Docteur (ENE-UnB)**  
**(Examinador Interno)**

**BRASÍLIA/DF, 10 DE DEZEMBRO DE 2007**

## FICHA CATALOGRÁFICA

FRAGA, TIAGO ALMEIDA  
JAIME PAIVA, VITOR GABRIEL

Modelagem e Caracterização de Tráfego de Redes com Propriedades Multifractais [Distrito Federal] 2007.

xii, 50p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Engenheiro, Engenheiro de Redes de Comunicação, 2007).

Dissertação de Conclusão de Curso de Graduação – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica.

1.Tráfego de Redes de Comunicação  
3.Regularidade Local

2.Fractais  
4.Espectro Multifractal

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FRAGA, TIAGO ALMEIDA E JAIME PAIVA, VITOR GABRIEL (2007). Modelagem e Caracterização de Tráfego de Redes com Propriedades Multifractais. Dissertação de Conclusão de Curso de Graduação, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 50p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Tiago Almeida Fraga e Vitor Gabriel Jaime Paiva.

TÍTULO: Modelagem e Caracterização de Tráfego de Redes com Propriedades Multifractais.

GRAU: Engenheiro ANO: 2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de conclusão de curso de graduação e para emprestar tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de conclusão de curso de graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito dos autores.

---

Tiago Almeida Fraga  
SQS 412, Bloco E, Apto. 307, Asa Sul.  
CEP: 70.278-050  
Brasília – DF – Brasil.

---

Vitor Gabriel Jaime Paiva  
SQS 412, Bloco E, Apto. 307, Asa Sul.  
CEP: 70.278-050  
Brasília – DF – Brasil.

## Agradecimentos

Agradecimentos especiais aos meus pais, Marco Aurélio e Cristiane, por todo o apoio, compreensão, carinho, suporte e afeto que demonstraram durante todos os anos de minha vida, em especial na fase universitária, onde tive de sair de casa, mas sem nunca esquecer o lugar que de fato posso chamar de lar; a toda minha família, irmãos Pedro e “Gugu”, meu grande amigo e avô, Albácio, e minha avó, Tude e Bentinha (*in memoriam*).

A minha namorada, Danielle, pelo carinho e amor que me acompanham pra onde eu for; aos amigos que ganhei em todos estes anos, que por certo nunca esquecerei, aos colegas de Labcom e Lemon, pela companhia em horas de grande pressão.

Especialmente, ao nosso orientador Paulo Portela, cujo empenho e dedicação nos incentivaram em várias ocasiões, mostrando o que é de fato ser um professor; ao mestre Márcio de Deus, por todo o apoio, conversas, auxílios, contribuições, idéias, reuniões extras, e mais do que tudo, por sempre apresentar total confiança no nosso trabalho e na nossa capacidade, a professora Priscila pelas ricas contribuições e conselhos, e ao futuro Mestre Ricardo Martins, cujas idéias e percepções rápidas enriqueceram este trabalho. A Deus, pela oportunidade.

A todos os colegas ao longo destes anos de república! OBRIGADO!

*Vitor Gabriel Jaime Paiva*

Gostaria de agradecer a Deus em primeiro lugar pelas oportunidades, dificuldades e decisões que me trouxeram aqui. Agradeço a minha família que sempre me apoiou a decidir e lutar pelo aquilo que acho certo e, principalmente, por ter me mostrado os valores em que acredito e que me ajudam em cada passo no meu caminho. Com eles sei que nunca estarei sozinho.

Agradeço a minha mãe e seu eterno amor, cuidado e carinho comigo. Ao meu pai pela sua fé no meu potencial, por ser um modelo e um exemplo de ser humano. Ao meu irmão que mesmo estando distante, eu sei que sempre estará ao meu lado. Agradeço aos meus avós e seus exemplos de moral, honestidade e coragem e a toda a minha família que são o meu maior tesouro.

Muito obrigado a todos os meus amigos que a cada um me mostraram que estava aqui não só para aprender sobre engenharia, mas sim sobre fraternidade e companheirismo, pessoas especiais com quem eu ri, sofri e aprendi a admirá-las.

Em especial, ao nosso orientador Docteur Paulo Portela por nunca deixar que ficássemos satisfeitos com o ponto em que havíamos chegado e que nos mostrava que poderíamos ir muito mais além, ao amigo e pessoa extraordinária Mestre Márcio de Deus, a professora Doutora Priscila pelos conselhos e experiência, ao futuro Mestre Ricardo Martins pela perspicácia em mostrar onde poderíamos melhorar, aos amigos do Lacom e Lemon que construíram junto com a gente uma história.

Enfim, muito obrigado a todos que me ajudaram a chegar até aqui.

*Tiago Almeida Fraga*

## **Resumo**

Uma geração seguindo distribuição multifractal é proposta no presente trabalho, buscando uma possibilidade de melhor modelar e caracterizar o que de fato ocorre em tráfegos reais, favorecendo na realização de simulações e previsões de redes, o que diretamente implica em otimização de recursos. Esta geração será validada por meio de ferramentas de análise multifractal baseadas na regularidade local do processo, e ainda, comparada com tráfegos reais a título de verificação.

Estudos englobando comportamento multiescalar e agregações do tráfego sintético gerado pela ferramenta serão desenvolvidos e comparados com o que se observa atualmente em situações reais, mostrando se o modelo de fato acompanha as características e se ele é uma boa forma de se modelar tráfegos de redes.

## **Abstract**

A generation according to multifractal distribution is proposed, meaning to improve modeling and characterization of real traffics, helping on the realization of network simulation and predicting, which directly optimize the resources. This generation is validated through multifractal analyze tools, based on local regularity, and, yet, compared with real traffic.

Studies over multiescalar behavior and traffic aggregation of the synthetic traffic generated by the tool will be developed and compared with what is seen on real cases, showing if the model actually follows its characteristics and if it is an interesting way to model real network data traffic.

# Sumário

AGRADECIMENTOS.....	IV
RESUMO .....	V
ABSTRACT .....	VI
SUMÁRIO .....	VII
LISTA DE FIGURAS .....	VIII
LISTA DE TABELAS .....	X
LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES .....	XI
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. CONCEITOS TEÓRICOS.....</b>	<b>4</b>
2.1. CONTEXTUALIZAÇÃO, PROBLEMÁTICA E TRABALHO PROPOSTO .....	4
2.2. MULTIRESOLUÇÃO OU COMPORTAMENTO MULTIESCALAR .....	7
2.3. FRACTAIS E AUTO-SIMILARIDADE .....	8
2.4. REGULARIDADE LOCAL DE UM PROCESSO .....	10
2.5. A TEORIA DOS MULTIFRACTAIS.....	11
2.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	14
<b>3. FERRAMENTAS PARA ESTUDO DA MULTIFRACTALIDADE DE UM TRÁFEGO.....</b>	<b>15</b>
3.1. GERAÇÃO MULTIFRACTAL.....	16
3.1.1. <i>Cascatas Multiplicativas</i> .....	16
3.1.2. <i>Multifractal Wavelet Model (MWM)</i> .....	17
3.1.3. <i>Modelo Multifractal Baseado em Wavelets (MMW)</i> .....	21
3.2. ESTIMATIVA DO ESPECTRO DE LEGENDRE .....	24
3.2.1. <i>WTMM - Wavelet Transform Modulus Maxima</i> .....	24
3.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	26
<b>4. ANÁLISES E ESTUDO DE TRÁFEGOS MULTIFRACTAIS.....</b>	<b>27</b>
4.1. ESTIMATIVA DO ESPECTRO DE LEGENDRE .....	27
4.2. MÓDULO DE GERAÇÃO MULTIFRACTAL MMW .....	28
4.3. ANÁLISE E ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE TRÁFEGOS .....	30
4.3.1. <i>Comportamento do tráfego sintético gerado pelo MMW</i> .....	30
4.3.2. <i>Comportamento de uma amostra de tráfego real disponível na internet</i> .....	32
4.3.3. <i>Comportamento de uma amostra de tráfego real obtido de uma empresa de Telecom</i> .....	34
4.3.4. <i>Análise multifractal de um processo <math>fBm</math></i> .....	38
4.3.5. <i>Comportamento do Tráfego Multifractal para mudanças de escala</i> .....	39
4.3.6. <i>Estudo da agregação de tráfegos multifractais</i> .....	45
4.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	49
<b>5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>50</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>51</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>56</b>
<b>A. GTAR – GERADOR DE TRÁFEGO E ANALISADOR DE REDE.....</b>	<b>57</b>
<b>B. ANÁLISE UTILIZANDO <i>WAVELETS</i> .....</b>	<b>59</b>
B.1. ANÁLISE DE MULTIRESOLUÇÃO E TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA.....	59
<b>C. CONSIDERAÇÕES SOBRE A DISTRIBUIÇÃO BETA .....</b>	<b>62</b>
<b>D. ESTUDO SOBRE PARÂMETROS <math>\alpha</math>, <math>\rho</math> E <math>\gamma</math> .....</b>	<b>66</b>
D.1. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS $\alpha$ , $\rho$ E $\gamma$ PARA UM TRÁFEGO REAL .....	66
D.2. ESTUDO EMPÍRICO DO EFEITO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS $\alpha$ , $\rho$ E $\gamma$ .....	67

## Lista de Figuras

Fig. 2.1 – Descrição do modelo preditivo de dimensionamento de rede proposto.....	6
Fig. 2.2 – Processo auto-similar e seu comportamento em uma análise multiescalar, extraída de [12].....	9
Fig. 2.3 – (a) Tráfego monofractal retirado de uma rede local; (b) Tráfego multifractal retirado da internet, extraída de [12] .....	11
Fig. 2.4 – Tráfego de rede real e o seu respectivo gráfico do Expoente de Hölder, extraída de [12].....	13
Fig. 2.5 – Espectro de Legendre, extraída de [12] .....	13
Fig. 3.1 – (a) Tráfego real; (b) Tráfego multifractal sintético; (c) Tráfego auto-similar sintético, extraída de [11] .....	15
Fig. 3.2 – Processo realizado na Cascata Multiplicativa (extraída de [12]) .....	17
Fig. 3.3 – (a) Função escala $\phi_{j,k}(t)$ ; (b) Wavelet de Haar $\Psi_{j,k}(t)$ , extraída de [12] .....	18
Fig. 3.4 – Processo de geração dos coeficientes escalares, extraída de [11] .....	20
Fig. 3.5 – Distribuição Beta, extraída de [11] .....	20
Fig. 4.1 – Tráfego A gerado pelo modelo MMW com 8192 amostras.....	30
Fig. 4.2 – Função Expoente de Hölder do tráfego A.....	31
Fig. 4.3 – Espectro de Legendre do tráfego A.....	31
Fig. 4.4 – Tráfego B obtido da rede da <i>Lawrence Berkeley Laboratory</i> .....	32
Fig. 4.5 – Função Expoente de Hölder do tráfego B.....	33
Fig. 4.6 – Espectro de Legendre do tráfego B.....	33
Fig. 4.7 – Tráfego C obtido da rede de uma empresa de Telecom.....	35
Fig.s 4.8 – Função Expoente de Hölder do tráfego C .....	35
Fig. 4.9 – Espectro de Legendre do tráfego C.....	35
Fig. 4.10 – Tráfego D: (a) Fluxo de pacotes TCP (esquerda); (b) Fluxo de pacotes UDP.....	37
Fig. 4.11 – Tráfego D: (a) Expoente de Hölder para distribuição de pacotes TCP (b) Expoente de Hölder para distribuição de pacotes UDP .....	37
Fig. 4.12 – Tráfego D: (a) Espectro de Legendre para distribuição de pacotes TCP (b) Espectro de Legendre para distribuição de pacotes UDP .....	38
Fig. 4.13 – Função Expoente de Hölder (esquerda) e Espectro de Legendre (direita) de um processo fBm com Hurst igual a 8 ( $H = 8$ ) .....	38
Fig. 4.14 - Expoentes de Hölder para o tráfego B.....	40
Fig. 4.15 - Espectro de Legendre do tráfego B .....	40
Fig. 4.16 – (a) Expoente de Hölder e (b) Espectro de Legendre do tráfego B, para a escala de 5ms.....	41
Fig. 4.17 – (a) Expoente de Hölder e (b) Espectro de Legendre do tráfego B para escala de 50ms .....	41
Fig. 4.18 – (a) Expoentes de Hölder e (b) Espectro de Legendre do tráfego B para escala em 500ms.....	42
Fig. 4.19 - Expoente de Hölder para tráfego sintético MMW .....	43
Fig. 4.20 - Espectro multifractal para tráfego sintético MMW .....	43
Fig. 4.21 – (a) Expoentes de Hölder para Tráfego MMW na escala 5ms (b) Espectro de Legendre do tráfego MMW para escala de 5ms.....	44
Fig. 4.22 – (a) Expoentes de Hölder para Tráfego MMW na escala 50ms (b) Espectro de Legendre do tráfego MMW para escala de 50ms.....	44
Fig. 4.23 – (a) Expoentes de Hölder (b) Espectro Multifractal do tráfego MMW gerado pela ferramenta na escala de 500ms .....	45
Fig. 4.24 – Topologia da rede para simulação de agregação de tráfego.....	46
Fig. 4.25 – Fluxos de saídas das redes locais LAN 1, LAN 2 e LAN 3 em direção a rede LAN 4.....	47
Fig. 4.26 - Expoente de Hölder: (a) Tráfego A1 (b) Tráfego B1 (c) Tráfego C1 .....	47
Fig. 4.27 – Espectro de Legendre: (a) Tráfego A1 (b) Tráfego B1 (c) Tráfego C1 .....	48
Fig. 4.28 – Tráfego de saída do roteador D.....	48
Fig. 4.29 – Expoente de Hölder do tráfego D1 .....	49
Fig. 4.30 – Espectro de Legendre do tráfego D1.....	49
Fig. A.1 – Arquitetura do GTAR (extraída de [13]) .....	57
Fig. C.1 – Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para $\rho = 0.2$ .....	62
Fig. C.2 - Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para $\rho = 1$ .....	63
Fig. C.3 - Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para $\rho = 4$ .....	63
Fig. C.4 - Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para $\rho = 20$ .....	63
Fig. C.5 – Distribuição Beta com $\rho = 0.2$ utilizando a implementação em Java.....	64
Fig. C.6 – Distribuição Beta com $\rho = 1$ utilizando a implementação em Java .....	64



Fig. C.7 – Distribuição Beta com $\rho = 4$ utilizando a implementação em Java .....	64
Fig. C.8 – Distribuição Beta com $\rho = 20$ utilizando a implementação em Java .....	65
Fig. D.1 – (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para $\alpha = 4$ .....	68
Fig. D.2 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para $\alpha = 7$ .....	68
Fig. D.3 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para $\alpha = 10$ .....	68
Fig. D.4 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para $\rho = 0.8$ .....	69
Fig. D.5 - (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para $\rho = 3.5$ .....	69
Fig. D.6 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para $\gamma = 0.1$ .....	70
Fig. D.7 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para $\gamma = 1$ .....	70
Fig. D.8 – Comportamento da distribuição Log-Normal .....	71

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Parâmetros extraídos do tráfego A .....	31
Tabela 4.2 – Parâmetros extraídos do tráfego B .....	34
Tabela 4.3 – Parâmetros extraídos do tráfego C .....	36

## Lista de Símbolos, Nomenclaturas e Abreviações

IP	<i>Internet Protocol</i>
<i>Burstness</i>	Rajadas de Tráfego
<i>Chirps</i>	Modalidade de singularidade
<i>cusps</i>	Modalidade de singularidade
CWT	<i>Continuous Wavelet Transform</i>
DWT	<i>Discrete Wavelet Transform</i>
fBM	Movimento Browniano Fracionário
FracLab	Ferramenta de Análise Multifractal
GETRI	Grupo de Engenharia de Tráfego
GTAR	Gerador de Tráfego e Analisador de Rede
H	Parâmetro de Hurst
INRIA	Grupo de desenvolvimento do FracLab
IRCCyN	Grupo de desenvolvimento do FracLab
Ketani	Método de estimação de H integrado ao GTAR
LAN	<i>Local Area Network</i>
LBL_TCP	Tráfego extraído do <i>Lawrence Berkeley Laboratory</i>
LRD	<i>Long Range Dependence</i>
MBJ	<i>MatLab Builder for Java</i>
MMW	Modelo Multifractal Baseado em Wavelet
MWM	<i>Multifractal Wavelet Model</i>
Periodograma	Método de estimação de H integrado ao GTAR
TCP	<i>Transport Control Protocol</i>
Tráfego A	Tráfego sintetizado pela ferramenta proposta
Tráfego B	Tráfego coletado em <i>Lawrence Berkeley Laboratory</i>
Tráfego C	Tráfego coletado em Empresa de Telecom
UDP	<i>Uniform Datagram Protocol</i>
VOIP	<i>Voice over IP</i>
VTP	Método de estimação de H integrado ao GTAR
WAN	<i>Wide Area Network</i>
Wavelet	Ferramenta utilizada para análise multiresolucional
Whittle	Método de estimação de H integrado ao GTAR
WTMM	<i>Wavelet Transform Modulus Maxima</i>
$\psi_{j,k}$	Wavelet mãe em j, k
$d_{j,k}$	Coefficiente de Wavelet em j, k
$\phi_{j,k}$	Função escala na DWT, para escala j, em k
$U_{j,k}$	Coefficiente de escala na DWT, para escala j, em k
$W_{j,k}$	Coefficiente de Wavelet na DWT, para escala j, em k
$A_{j,k}$	Variável utilizada em MWM e MMW com distribuição <i>Beta</i>
$r(\tau)$	Função de auto-correlação

$\alpha$	Expoente de Hölder ou Parâmetro de entrada em MMW
$\tau(q)$	Função de partição ou função de escalonamento ou de escala
$c(t)$	Fator de Momento
$f(\alpha)$	Espectro Multifractal
$\beta$	Função Beta
$p_j$	Parâmetro de entrada para determinar $A_{j,k}$ no MMW/MWM
$\mu_k$	Estágio da cascata multiplicativa
$\Gamma(\alpha)$	Função Gamma
$\gamma$	Parâmetro de Entrada para MMW
$\rho$	Parâmetro de Entrada para MMW
$S_n(q)$	Função de partição baseada em Wavelet
$Y$	Vetor multiplicador da cascata no MMW
$Z_j$	Função utilizada no procedimento MMW
$R$	Multiplicadores da cascata multiplicativa

# 1. Introdução

A tendência de crescimento das redes de comunicações se mostra cada vez mais fortalecida e abrangente, ocorrendo por meio de várias frentes, das quais colocamos especial destaque na comunicação por meio da internet.

A internet (rede mundial de computadores) alcançou impressionante desenvolvimento desde seu surgimento nos EUA até os dias atuais. No Brasil, este processo se iniciou em 1989, operado pelo Instituto Brasileiro de Análises Sociais e Econômicas (Ibase), no Rio de Janeiro. Estima-se que em 2005 a quantidade de usuários brasileiros conectados a internet era de 32,1 milhões (PNAD).

A popularidade da internet não se deve apenas pela possibilidade de fontes de conhecimentos infindáveis, mas também pela diminuição dos custos, que, em muito, se apoiou na evolução tecnológica em relação a *hardware* (placas, computadores, equipamentos de redes, etc.) e *softwares* (programas, protocolos, etc.).

Neste sentido, fatores que até então não representavam problemas passaram a ser focos de discussão, como, por exemplo, a ausência de padrões definidos para discriminação de pacotes, reserva de recursos, etc. Serviços antes não cogitáveis em redes de pacotes do tipo IP (*Internet Protocol*), como aplicações de tempo real, *VOIP* (*Voice over IP*), vídeo conferências, dentre outros, demandaram uma atenção à qualidade da comunicação, o que levou a necessidade de novos estudos e soluções de engenharia para a modelagem de tráfego.

Com a engenharia de tráfego é possível que sejam tomadas decisões baseadas em premissas de qualidade de serviço exigidas por determinada aplicação. Neste caso, através do uso de possibilidades de diferenciação de tráfego, pode-se aumentar a capacidade do transporte de serviços distintos no mesmo ambiente com nível de qualidade otimizados por tipo.

Outra característica importante quanto ao dimensionamento é ser capaz de elaborar uma infra-estrutura de rede que possa suprir todas as expectativas dos usuários de forma eficiente, o que de fato significa, em relação aos recursos disponíveis, não subestimar, causando perda de qualidade e serviços deficientes, tão pouco superestimar, maximizando o uso dos recursos de uma empresa provedora de serviços.

Segundo [1], a modelagem de tráfego tem uma importância cada vez maior na gestão e dimensionamento de redes de telecomunicação. Os modelos de tráfego são utilizados, por exemplo, na estimativa de capacidade de enlaces e tamanho filas de pacotes tendo em conta os efeitos de multiplexação estatística e em análise de desempenho de rede.

A modelagem do tráfego busca dar alguma informação das características estatísticas do processo como, por exemplo, informações referentes à chegada e/ou saída de pacotes em determinado enlace, a distribuição de eventos, a distribuição do tamanho de pacotes, etc. Todos estes dados podem auxiliar na escolha de equipamentos, na determinação de *buffers* para armazenar a fila de pacotes, na taxa de perda aceitável no enlace, na razão sinal-ruído tolerável para a comunicação eficiente e na necessidade de rotas reservas a fim de evitar perda excessiva de pacotes, stress de enlaces ou até mesmo o esgotamento físico do mesmo, etc. Essas métricas são fundamentais para o projeto de uma rede e erros nestas previsões podem acarretar em sérios impactos a qualidade de serviço e prejuízos financeiros.

Os dados e informações obtidos através de uma modelagem precisa do tráfego podem ser usados para realizar simulações que apresentam um comportamento de rede próximo do real. Pode-se utilizar a simulação de redes de grande porte antes de sua instalação para detectar possíveis erros de projeto que levariam a gastos futuros com manutenção ou até mesmo detectar pontos deficientes que prejudicariam a qualidade de serviço requisitada.

A utilização de ferramentas de simulação tem o objetivo de melhorar o processo de decisão e escolha dos recursos que darão suporte à rede, para esta função o ideal é que sejam utilizadas características que possam exprimir as características reais que estão sob análise.

Muitas foram as abordagens aplicadas com o objetivo de se caracterizar tráfegos de rede, como os tradicionais métodos poissonianos. No entanto, estudos sugerem que tráfegos reais apresentam características que estes modelos não atendem [2] e propõem novas abordagens como a auto-similaridade e a dependência de longa duração. O tráfego monofractal (caracterizado pelo seu parâmetro de Hurst, que indica o grau de auto-similaridade da amostra) do tipo fBm (*Fractal Brownian Motion*), cuja banda efetiva foi derivada em [3], é um modelo popularmente conhecido para simular redes de dados, principalmente considerando os trabalhos [4, [5 e [6] que apresentam evidências de características auto-similares em tráfegos de rede.

Estudos recentes indicam, no entanto, que o tráfego da internet pode apresentar características mais complexas do que as auto-similares, principalmente quando se estuda escalas de tempo menores [7]. Segundo [8, [9], o tráfego apresenta comportamento multifractal, caracterizado agora pelo expoente de Hölder. Assim, novas técnicas de modelagem de tráfego, como o MWM (*Multifractal Wavelet Model*), proposto em [10, [11], ou o modelo MMW (Modelo Multifractal baseado em *Wavelet*), proposto em [12].

Com o objetivo de realizar simulações de rede que de fato caracterizem situações reais, o grupo Getri (Grupo de Engenharia de Tráfego), da Universidade de Brasília, vem

desenvolvendo o software GTAR (Gerador de Tráfego e Analisador de Rede), apresentado em [13, [14]. Ao momento esta ferramenta possui a capacidade de geração e detecção de tráfego com características auto-similares e neste trabalho estão sendo desenvolvidos alguns conceitos para um gerador e analisador de tráfego multifractal. Com isto espera-se melhorar o desempenho da ferramenta de análise, em função da possibilidade de identificação, caracterização e parametrização de tráfegos em escalas menores que 1 minuto. Dessa forma pode-se prover um ambiente de simulação com características identificadas nos tráfegos reais, mostrando a eficiência do método e no ganho obtido por meio de uma simulação de fato eficiente que corresponda ao tráfego real. Para maiores informações sobre o GTAR, vide Apêndice A.

O tráfego das grandes redes de pacotes apresenta um comportamento repleto de irregularidades, pouco previsível, dotado de muitos pontos de rajadas de tráfego (*burstness*), extremamente agregado e com muitos tipos de serviços e protocolos. Esses fatores podem contribuir para que antigas técnicas de modelagem sejam ineficazes em determinados casos e por isso novos modelos, novas técnicas de previsão, análise e caracterização devem ser utilizadas para melhor adequar os modelos teóricos às situações reais.

Neste trabalho são considerados os novos e mais atuais modelos de caracterização de rede e procura introduzir mecanismos de análise compatíveis com os mesmos. Módulos no software GTAR que atendam à proposição anterior serão incluídos e, paralelamente, implementações em complementares a título de comparação e validação serão propostas. A ferramenta FracLab (desenvolvida pelo grupo INRIA e IRCCyN, sob coordenação de Jacques Lévy-Véhel) será utilizada com o mesmo objetivo.

O trabalho está organizado da seguinte forma:

**Capítulo 2:** São abrangidos os aspectos teóricos necessários para esse trabalho como o conceito de multiresolução, a teoria de fractais, distribuição e característica auto-similar, conceito de regularidade local de um processo e teoria dos multifractais.

**Capítulo 3:** Neste capítulo são descritas técnicas para geração de tráfego multifractal e métodos para a estimação do Espectro Multifractal.

**Capítulo 4:** Realizam-se análises de tráfegos sintéticos e reais em várias situações para se estudar a presença ou não de características multifractais, estuda-se o comportamento do tráfego agregado e busca-se determinar o efeito da mudança de escala de um processo multifractal.

Fecha-se com uma conclusão abordando os objetivos esperados em comparação com os resultados obtidos no capítulo 4 e possíveis evoluções e trabalhos futuros.

## 2. Conceitos Teóricos

Neste capítulo serão abordados os principais conceitos necessários para o entendimento desse trabalho. Começa-se com a problemática da modelagem de tráfego de redes e os motivos que fazem com que a teoria multifractal seja considerada a base para um modelo atrativo. Discutem-se os motivos de se modelar uma rede que significa ser capaz de dimensionar, com uma determinada eficiência exigida no projeto, os recursos a serem utilizados.

Em seguida é descrito o conceito de multiresolução, importante para se entender o que significa a mudança de escala e o que isso implica para a caracterização de um tráfego de rede.

Segue-se com os conceitos básicos de fractais e de auto-similaridade, a regularidade local que caracteriza se um processo é ou não multifractal e por fim, a teoria introdutória para a definição de multifractalidade.

### 2.1. Contextualização, problemática e trabalho proposto

As redes comutadas por circuitos eram eficientemente modeladas por meio dos clássicos modelos poissonianos. No entanto, estes se mostraram ineficientes para serem aplicados às redes comutadas por pacotes que possuem características bastante diferentes. Isso fortaleceu a necessidade de novos métodos para modelar de forma mais acurada uma rede real.

Segundo Leland em [2], um tráfego LAN apresenta características que não são encontradas nos modelos poissonianos, como: a dependência de longa duração e auto-similaridade estatística, também conhecida como fractalidade (ver Apêndice A). Novos mecanismos de predição de tráfegos foram então desenvolvidos para suprir a deficiência da geração clássica de Poisson, como o Movimento Browniano Fracionado (fBm). Isto pode ser considerado como uma grande evolução para a modelagem de redes, mas, no entanto, estudos mais atuais [8,[9] mostram que o tráfego de redes de pacotes não é exatamente auto-similar, não respeitando todos os rigores do modelo baseado no parâmetro de Hurst ( $H$ ).

De fato, o tráfego nesse tipo de rede pode ser definido como assintoticamente auto-similar, ou seja, ele apresenta características de um tráfego auto-similar apenas para escalas maiores do que uma determinada unidade de medida temporal. Os principais obstáculos para a eficiente utilização do modelo auto-similar são a positividade do tráfego (impossibilidade de assumir valores negativos), a existência de correlações de curta duração e o comportamento inconsistente com o modelo exatamente auto-similar.



Novos modelos de geração de tráfego foram então propostos, agora se atentando para estes efeitos presentes nas mais altas frequências: o tráfego multifractal, especificamente, o MWM (*Multifractal Wavetet Model*), proposto por Riedi em [11], e o modelo MMW (Modelo Multifractal baseado em *Wavetet*), desenvolvido por Flávio Vieira em [12] baseado no estudo de Dang [15].

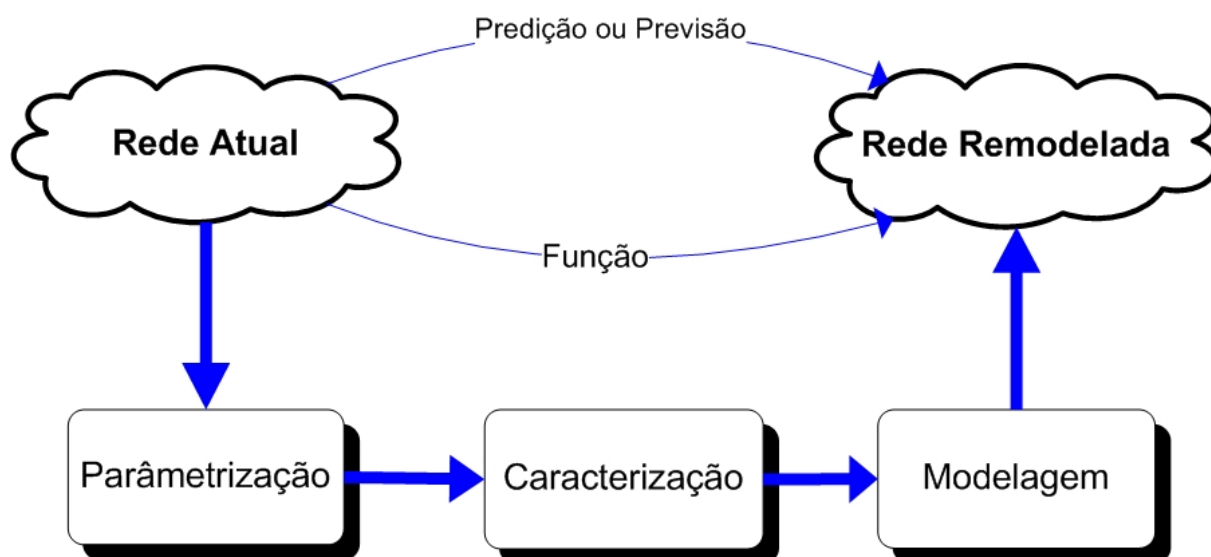
Estudos como [10, [16] indicam que a modelagem multifractal é mais eficiente para caracterizar tráfegos de redes IP reais, principalmente quando levando em consideração menores escalas de tempo, no entanto alguns estudos em [2 , [7] tratando de tráfego em escalas maiores indicam fortemente que o tráfego real apresenta um comportamento assintoticamente auto-similar. Um desafio para a modelagem é identificar em que ponto da escala a mudança no padrão de modelagem de tráfego deve ocorrer, ou seja, até que escala se deve aplicar um modelo multifractal e a partir desta um modelo auto-similar se torna mais eficiente na predição da rede. Alguns estudos já foram realizados a respeito deste interessante problema como em [12, [17].

Desta forma é desejável que exista um gerador de tráfego que modele este comportamento, possibilitando que dados os parâmetros condizentes com o tráfego real, tráfegos sintéticos com mesmas características possam ser modelados.

Idealmente, para que o dimensionamento prévio de uma rede ocorra, ou mesmo para planejamento de redes otimizadas, seria interessante que um modelo que seguisse a estrutura apresentada na Fig. 2.1:

1. Extraem-se os parâmetros de geração de um tráfego real;
2. Realiza-se uma eficiente caracterização deste tráfego definindo-se qual é o comportamento estatístico deste e saber qual o melhor modelo deve ser aplicado;
3. Por meio da caracterização e dos parâmetros extraídos, define-se uma função de geração a ser aplicada para a geração do tráfego sintético, que será utilizado nos testes e simulações de rede a fim de elaborar a infra-estrutura de rede eficiente;

O objetivo final é que seja possível um ambiente simples e computacionalmente coerente com as necessidades de dimensionamento. O necessário, e também o mais complicado, é realizar os passos nele presentes. Este trabalho tem como objetivo inserir na ferramenta de análise GTAR um módulo que permita a análise multifractal da amostra de tráfego, identificando se este segue realmente um modelo multifractal, e também implantar um gerador multifractal que dados os parâmetros de entrada característicos, possa sintetizar um tráfego com confiança.



**Fig. 2.1 – Descrição do modelo preditivo de dimensionamento de rede proposto**

Interpretando a Fig. 2.1 observa-se que, dado um tráfego real que servirá como base para o tráfego sintético, parâmetros devem ser extraídos deste e, por meio desta extração, uma caracterização do tipo de tráfego que corresponde à amostra deve ser realizada de forma a analisar todos os parâmetros e tomar uma decisão de modelo de tráfego a ser aplicada para a predição. Assim, uma vez definido qual o modelo a ser adotado, os parâmetros necessários para esta geração são encontrados por meio do tráfego modelo, colocados como entrada numa função geradora que já fora definida, e a saída desta geração será um tráfego sintetizado que corresponde ao modelo ideal e que em muito contribuirá para melhores dimensionamentos de rede.

A existência de todos estes mecanismos é muito útil para o planejamento de redes. Uma análise mais criteriosa demonstra, no entanto, que é grande a complexidade contida em cada uma dos três blocos da Fig. 2.1. Ferramentas para extração de parâmetros, análise de resultados, caracterização, geração de tráfegos e soluções de inferência devem coexistir no modelo para que ele funcione.

O presente trabalho irá focar no desenvolvimento de aspectos desse modelo. Uma ferramenta de análise multifractal do tráfego, baseada na variação do expoente de Hölder por meio dos coeficientes de *Wavelet*, (segundo bloco da Fig. 2.1, referente à caracterização) e também um gerador para tráfegos sintéticos multifractais, acrescentando-se assim esta funcionalidade no bloco terceiro da Fig. 2.1, considerando a modelagem do tráfego.

## 2.2. Multiresolução ou Comportamento Multiescalar

Tráfegos de redes de pacotes reais não podem ser modelados de forma eficiente por meio das técnicas tradicionais. Eles são não-negativos, de comportamento não Gaussiano, apresentam rajadas, irregularidades e singularidades em diversas escalas, etc. Análises do tráfego IP revelam que estes possuem diferentes comportamentos em escala (*multiscaling behavior*) [16].

Quando nos referimos a este comportamento multiescalar, são várias as abordagens possíveis de serem realizadas levando-se em consideração o estudo de tráfego de redes de pacotes. Pode-se fazer uma análise no que se refere ao decaimento das leis de potência, na duração de uma sessão de usuário, ou o comportamento multiescalar da taxa de pacotes enviados por unidade de tempo num *link* de comunicação.

Seja qual for o foco do comportamento multiescalar, ferramentas matemáticas apropriadas devem ser aplicadas com o objetivo de obter resultados suficientemente condizentes. Neste contexto, se insere a análise de *Wavelet* para sinais de tráfego.

As Transformadas de *Wavelet* foram introduzidas pela escola francesa (Morlet, Grossman, Meyer, Mallat, et al.), originária de estudos de curta duração associados a pacotes de ondas acústicas sísmicas [18]. Elas foram desenvolvidas como uma alternativa a Transformada de Fourier de Tempo Curto e se baseiam numa função protótipo tomada como *Wavelet* mãe cujas duas características fundamentais são: oscilação e decaimento rápido no tempo. Todas as funções correspondem a versões comprimidas e dilatadas da *Wavelet* mãe.

Devido à possibilidade de fazer a análise do sinal de entrada para qualquer nível de detalhes desejado, graças ao mecanismo de escalonamento nativo das *Wavelets*, esta se mostra importante no estudo de tráfegos, principalmente quando se leva em consideração as mais altas frequências, onde o nível de detalhes é extremamente específico.

De forma simplificada, podemos dizer que uma função  $f$  pode ser decomposta utilizando-se *Wavelets* da seguinte forma:

$$f = \sum_{j,k} d_{j,k} \psi_{j,k} \quad (2.1)$$

Onde  $\psi_{j,k}$  representa uma versão apropriadamente comprimida e/ou deslocada da *Wavelet* mãe e  $d_{j,k} = \int \psi_{j,k}(x) f(x) dx = \langle \psi_{j,k}, f \rangle$  representa o coeficiente de *Wavelet* na escala  $j$  para o ponto  $k$  [19].

A chamada *Discret Wavelet Transform* (DWT) é uma representação unidimensional de um sinal real  $X(t)$  em termos de versões comprimidas e/ou deslocadas de uma *Wavelet* mãe

$\psi(t)$  (equivalente a um filtro passa-faixa); e versões comprimidas e/ou dilatadas da função de escala  $\phi(t)$  (equivalente a um filtro passa-baixa). Desta forma, a função escala irá demonstrar a parte “grosseira” do sinal, enquanto a função *Wavelet* mostrará os detalhes do sinal para aquela escala, em determinado ponto.

De maneira geral, utilizando a função *Wavelet* mais simples, a chamada *Wavelet* de Haar:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (2.2)$$

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - k) \quad (2.3)$$

Para  $j$  e  $k$  reais.

O sinal será:

$$X(t) = \sum_k U_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_k W_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (2.4)$$

Onde  $W_{j,k}$  são os Coeficientes de *Wavelet* definidos por:

$$W_{j,k} = \int X(t) \psi_{j,k}(t) dt \quad (2.5)$$

E  $U_{j,k}$  são os Coeficiente de Escala definidos por:

$$U_{j,k} = \int X(t) \phi_{j,k}(t) dt \quad (2.6)$$

Para mais informações a respeito da análise por *Wavelets*, ver Apêndice B.

### 2.3. Fractais e Auto-Similaridade

Mandelbrot escreveu em seu trabalho [20] a respeito dos fractais, como sendo uma entidade caracterizada por irregularidades que governam sua forma e complexidade, possuindo uma estrutura fina e detalhes em todos os níveis de resolução. Para se compreender o conceito de fractal, é necessário compreender o conceito de dimensão.

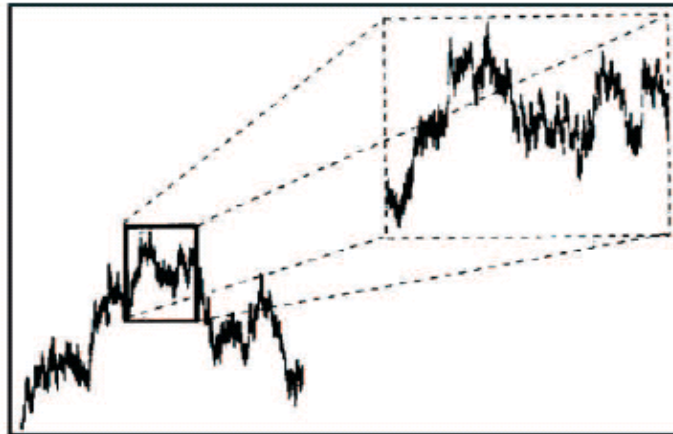
Qualquer conjunto matemático pode ser caracterizado por sua dimensão, que representa a quantidade de parâmetros necessária para se descrever qualquer ponto deste conjunto. No caso dos fractais, também conhecidos como auto-similares, usa-se a dimensão de Hausdorff, desenvolvida em 1919, que serve para medir o grau de irregularidade, possuindo geralmente valores fracionários. A dimensão de Hausdorff é baseada no tamanho das variações dos conjuntos quando medidos em diferentes escalas [12].

O conceito de auto-similaridade se associa diretamente aos fractais, cuja aparência não muda apesar da mudança de escala (Fig. 2.2). Jean Beran define em [21] que um processo estocástico contínuo no tempo  $\{X_t\}$  é fortemente auto-similar com parâmetro de auto-similaridade  $H$  ( $0 < H < 1$ ), também denominado parâmetro de Hurst, se para qualquer fator de escala positivo  $a$ , o processo  $a^{-H} X_{at}$ , com escala de tempo  $at$ , possui uma distribuição igual à do processo original  $X_t$ . Isto significa que para qualquer sequência de pontos no tempo, para qualquer constante positiva  $a$ :

$$X(t) = a^{-H} X(at), a > 0 \quad (2.7)$$

Possuindo assim, igualdade no sentido probabilístico.

A Fig. 2.2 exemplifica o que é o comportamento auto-similar de forma visual: tem-se uma amostra em uma escala de tempo grande. Pega-se um trecho função dando-se um “zoom” no tráfego, representando um trecho em escala reduzida deste mesmo tráfego. Esse trecho na escala mais detalhada apresenta uma estrutura muito semelhante, pode-se dizer idêntica no sentido probabilístico, ao da escala global.



**Fig. 2.2 – Processo auto-similar e seu comportamento em uma análise multiescalar, extraída de [12]**

Além da auto-similaridade, um processo dito monofractal possui a característica da dependência de longa duração [22], que é definida em termos de sua função de autocorrelação, ou densidade espectral de potência. Um processo possui longa duração quando sua função de autocorrelação  $r_X(\tau)$  decai tão devagar que sua soma diverge, ou seja, para qualquer  $A > 0$ :

$$\int_A^\infty r_X(\tau) d\tau = +\infty \quad (2.8)$$

Alguns pontos interessantes sobre essa característica podem ser destacados. Processos auto-similares com parâmetro de Hurst entre o intervalo ( $0.5 < H < 1$ ) apresentam a características de dependência de longa duração [12]. Outro ponto é que esse comportamento interfere na inferência estatística, fazendo com que a estimação de parâmetros como média, desvio padrão e intervalo de confiança seja dificultada.

## 2.4. Regularidade Local de um processo

Um tráfego de redes de pacotes que possua características de múltiplo comportamento escalar necessita de parâmetros que expressem e quantifiquem esta característica. No caso dos monofractais, o parâmetro de Hurst é uma propriedade global que quantifica as alterações do processo com mudanças de escala, e serve com eficiência para refletir estas características. Para tráfegos multifractais, no entanto, o parâmetro de Hurst se torna pouco eficiente nesta caracterização, sendo necessária outra métrica para se efetuar a análise da regularidade escalar de uma amostra.

São várias as maneiras de se inferir o comportamento escalar de um tráfego. Uma forma bastante utilizada é por meio das singularidades locais da função em questão. Um ponto singular é definido como um ponto em uma equação, curva, superfície, etc, que possua transições ou torna-se degenerada [12]. É bastante comum que os pontos singulares contenham informações essenciais do sinal em tráfegos de redes de pacotes.

De forma a identificar as singularidades de um sinal, é necessário mensurar a regularidade local do mesmo, que irá refletir nos momentos de rajadas que ocorrem em todas as escalas de tráfego. Para tanto, pode-se utilizar os expoentes pontuais e os expoentes locais de Hölder, os expoentes de *chirps* e de *cusps* como, por exemplo, em [23]. O presente trabalho irá se apoiar nos expoentes pontuais de Hölder para verificar o grau de singularidade de tráfegos de redes.

Segundo [23, [24], o expoente pontual de Hölder é capaz de descrever o grau de uma singularidade. Dada uma função  $f$  do tipo  $R \rightarrow R$ ,  $x_0$  um número real,  $\alpha$  um número estritamente real positivo. Pode-se dizer que  $f$  pertence a  $C^\alpha(x_0)$  se existir um polinômio  $Pm$  de grau  $n < \alpha$  tal que:

$$|f(x) - Pm(x - x_0)| \leq C|x - x_0|^\alpha \quad (2.9)$$

O expoente pontual de Hölder  $\alpha_p$  será definido como:

$$\alpha_p(x_0) = \sup\{\alpha > 0 \mid f \in C^\alpha(x_0)\} \quad (2.10)$$

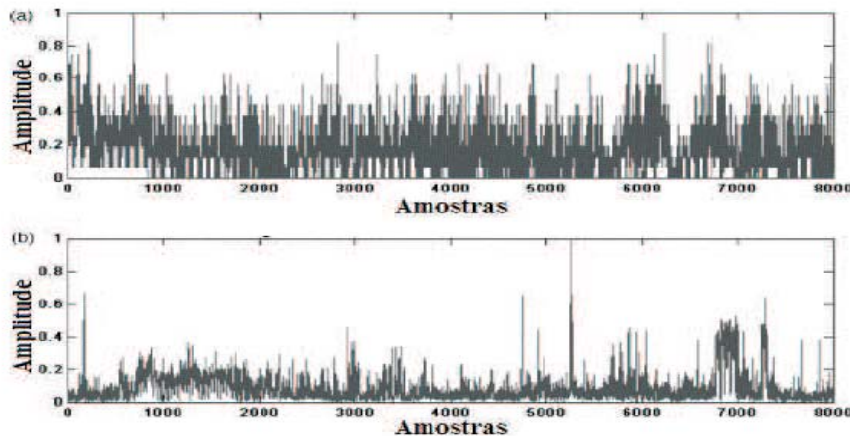
Podendo  $Pm$  ser encontrado mesmo que o desenvolvimento em série de Taylor de  $f$  ao redor de  $x_0$  não exista.

De acordo com [24], o expoente pontual de Hölder consegue quantificar o grau de variação instantânea de um sinal de tráfego de redes, indicando o grau de rajadas de dados presentes neste sinal. Um valor de expoente maior que 1 corresponde a pequenas variações, enquanto valores de expoente pontual de Hölder menores que 1 implicam em altas rajadas.

## 2.5. A Teoria dos Multifractais

A análise multifractal procura descrever o comportamento das singularidades de uma amostra ou de uma função de forma geométrica e estatística. Considerando que as propriedades escalares de um tráfego de rede de pacotes são governadas por uma dinâmica caótica e por processos aleatórios, é até intuitivo a existência de vários comportamentos para escalas diferentes e para instantes do tempo distintos.

Como o parâmetro de auto-similaridade é relativamente oscilante em processos de tráfegos reais, estes podem ser considerados multifractais [12]. A Fig. 2.3 tirada de [12] apresenta uma ilustração de um tráfego de redes de pacotes real de *ethernet* (redes locais), que segue distribuição monofractal, e um tráfego da internet, que apresenta um comportamento bem mais irregular e repleto de rajadas aleatórias em todas as escalas, seguindo uma distribuição multifractal.



**Fig. 2.3 – (a) Tráfego monofractal retirado de uma rede local; (b) Tráfego multifractal retirado da internet, extraída de [12]**

Os processos auto-similares são do tipo monofractais, e podem ser caracterizados por um expoente de Hölder fixo, que equivale ao parâmetro de Hurst [12]. No caso de processos multifractais, o expoente de Hölder é por si só uma função aleatória.

Segundo [12], um processo aleatório é dito multifractal se satisfaz a equação:

$$E(|X(t)|^q) = c(q)t^{\tau(q)+1} \quad (2.11)$$

Onde  $t \in T$  e  $q \in Q$ ,  $T$  e  $Q$  são intervalos da reta real,  $\tau(q)$  e  $c(q)$  são funções com domínio  $Q$ . Assume-se que  $T$  e  $Q$  têm comprimentos positivos, e que  $0 \in T$ ,  $[0,1] \subseteq Q$ .

A função  $\tau(q)$  é chamada função de escala, enquanto  $c(q)$  é o fator de momento de um processo. Se  $\tau(q)$  é linear em  $q$ , o processo é dito monofractal, caso contrário, multifractal.

Para se fazer uma análise multifractal de um tráfego é necessário estudar o comportamento e variação dos expoentes de Hölder. Estes, devido ao seu comportamento extremamente irregular, se mostram de difícil caracterização temporal, sendo assim mais usual o estudo da distribuição geométrica ou estatística do mesmo, denominada espectro multifractal.

O espectro multifractal é uma forma de se visualizar a distribuição dos expoentes de Hölder para determinada amostra de tráfego. De acordo com [12], seja  $N_k(\alpha)$  o número de expoentes de Hölder iguais a  $\alpha$  existentes no processo  $Z(t)$  dividido em  $b^k$  partes iguais, então o espectro multifractal  $f(\alpha)$  será:

$$f(\alpha) \equiv \lim \left\{ \frac{\ln N_k(\alpha)}{\ln b^k} \right\} \quad (2.12)$$

Caso o limite exista e seja definido para mais de um ponto, será um processo multifractal.

Existem três formas de se encontrar o espectro multifractal, são elas o Espectro de Hausdorff, o Espectro dos Grandes Desvios e o Espectro de Legendre. O Espectro de Hausdorff, considerado o mais acurado dos três; representa uma informação geométrica pertinente à dimensão fractal dos conjuntos de pontos em um sinal dado um expoente de Hölder em comum. Este espectro é de complexa implementação [25], não sendo o mais adequado para a proposta desse trabalho.

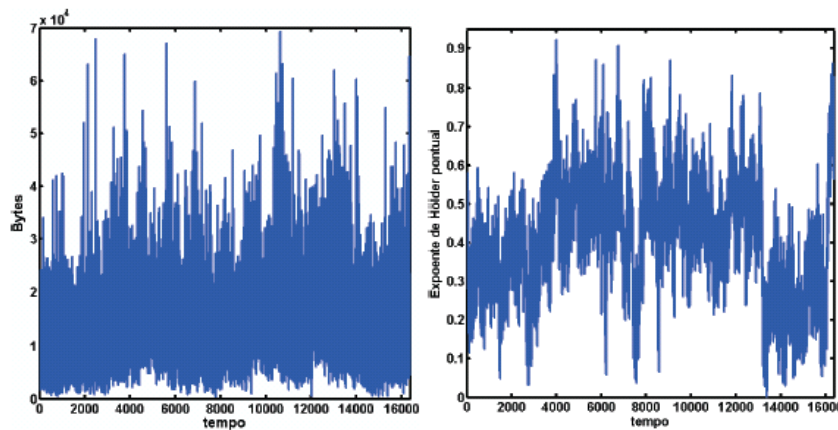
O Espectro dos Grandes Desvios corresponde a uma versão alterada da densidade dos expoentes de Hölder da função, sendo pois muito semelhante ao Espectro de Legendre, que de fato é a ferramenta de análise multifractal utilizada nesta obra.



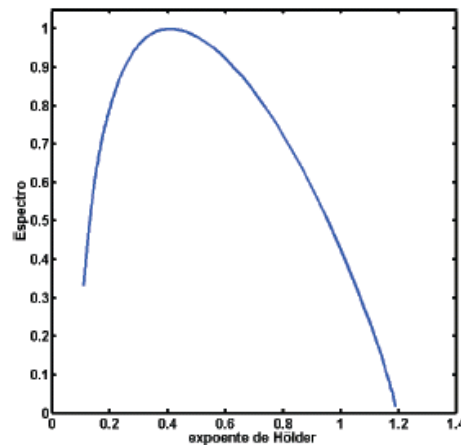
O Espectro de Legendre representa uma aproximação côncava do Espectro dos Grandes Desvios, sendo menos acurado, ocasionando em algumas perdas de detalhes perceptíveis; porém de estimação mais simples e robusta, não deixando, contudo, de ser realista. O Espectro Multifractal de Legendre apresenta um aspecto côncavo, para baixo, com valores nas ordenadas variantes de 0 até 1, onde o eixo das abscissas representa os expoentes de Hölder ( $\alpha$ ), e o eixo das ordenadas representa, de certa forma, a probabilidade de determinado valor de expoente de Hölder ocorrer; onde um valor 1 para  $f(\alpha)$  (eixo das ordenadas no espectro) indica que aquele valor apresenta grande chance de ocorrer ao longo do tráfego, já que representa o pico do valor de  $f(\alpha)$ , e valores pequenos de  $f(\alpha)$  representam pontos de pequena chance de ocorrência do expoente de Hölder.

A Fig. 2.4 ilustra um tráfego real e seus expoentes de Hölder pontuais, e a

Fig. 2.5 é uma ilustração de um Espectro Multifractal de Legendre para o caso deste tráfego, retirada de [12]:



**Fig. 2.4 – Tráfego de rede real e o seu respectivo gráfico do Expoente de Hölder, extraída de [12]**



**Fig. 2.5 – Espectro de Legendre, extraída de [12]**

Seja  $\tau(q)$  é a função partição de um sinal  $Z(t)$ , o Espectro Multifractal por Legendre é definido como [12]:

$$f_L(\alpha) = \tau^*(\alpha) \quad (2.13)$$

Onde  $\tau^*(\alpha)$  é a transformada de Legendre da função de partição, dada por  $\tau^*(\alpha) = \inf_q (q\alpha - \tau(q))$ .

## 2.6. Considerações Finais do Capítulo

Nesse capítulo foram abordados assuntos necessários para fundamentar a escolha das ferramentas utilizadas para a caracterização de um processo, um tráfego para ser mais específico, no domínio do tempo.

Primeiramente é feito uma contextualização sobre o tema e uma descrição do problema que se deseja explorar. Esse trabalho busca ferramentas para uma melhor análise do tráfego de redes. Essa análise será útil para trabalhos posteriores sobre o desenvolvimento de uma metodologia de dimensionamento de uma rede IP e futuramente para outros tipos de redes.

Os conceitos abordados foram:

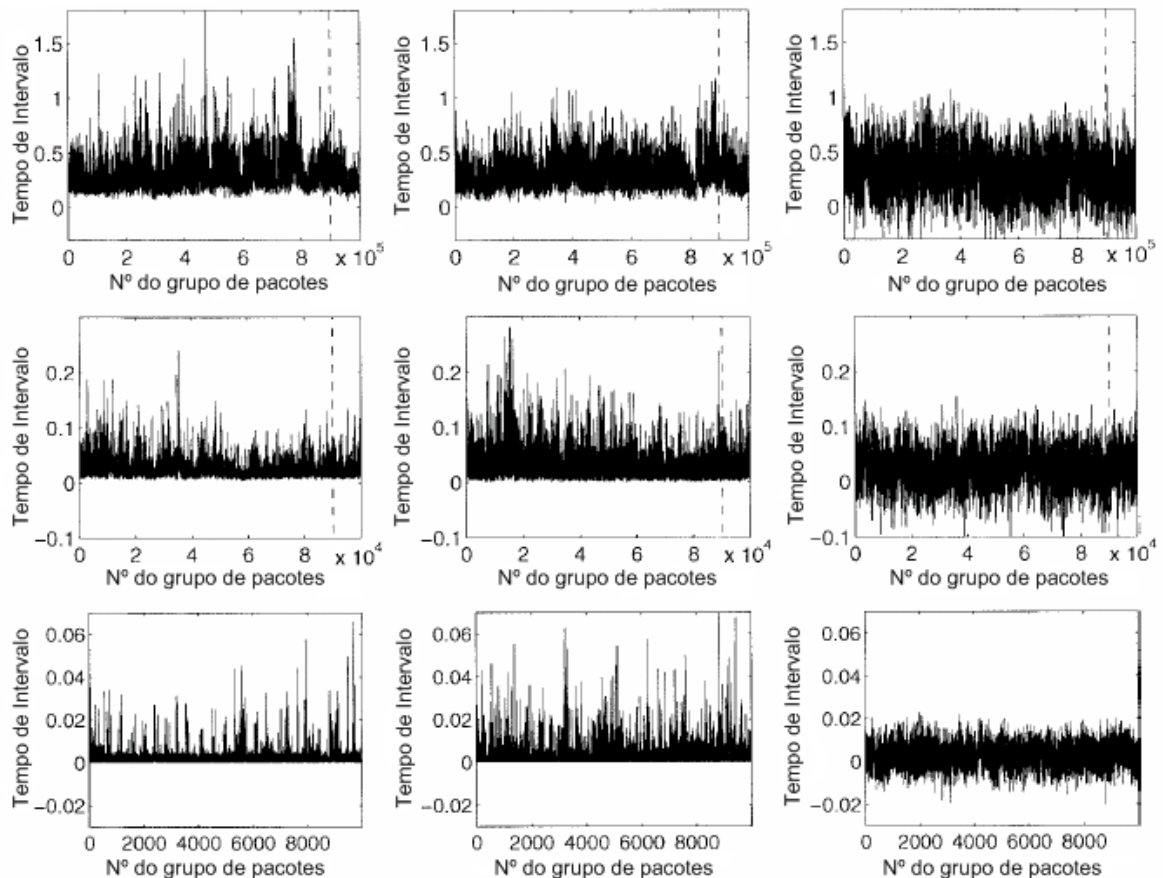
- Multiresolução e o estudo do comportamento de um sinal à medida que a escala de análise é variada;
- Auto-similaridade, ou monofractalidade, que consiste na característica de um processo cujos parâmetros estocásticos permanecem semelhantes numa análise multiescalar;
- Regularidade local que permite o estudo das singularidades e da importância relativa a cada ponto de um tráfego;
- Comportamento multifractal cujas características são um alto nível de irregularidade local parametrizado pelo expoente de Hölder. Para um melhor estudo dessa irregularidade pode ser utilizado o Espectro Multifractal que analisa a distribuição do expoente de Hölder de um processo.

A partir do próximo capítulo, toda esta conceituação teórica será colocada em prática com o objetivo de desenvolver um gerador de tráfego sintético com distribuição multifractal na ferramenta GTAR e também mecanismos de análise multifractal que possa colaborar no estudo da caracterização do tráfego amostrado.

### 3. Ferramentas para estudo da multifractalidade de um tráfego

Este capítulo será dedicado ao estudo de ferramentas de modelagem de tráfegos multifractais e nas técnicas de detecção do espectro multifractal de Legendre.

Abaixo a Fig. 3.1 obtida de [11], mostrando uma comparação entre amostras de tráfegos em diferentes escalas para um caso real, um sintético multifractal e um auto-similar. O comportamento do caso real pode ser bem exemplificado utilizando uma modelagem multifractal nas escalas menores, ou seja, nas mais altas frequências, e uma modelagem auto-similar vai se adequando ao real à medida que os intervalos de amostragem aumentam, demonstrando a natureza assintoticamente auto-similar que o tráfego WAN assume para as menores frequências, como mencionado em [26].



**Fig. 3.1 – (a) Tráfego real; (b) Tráfego multifractal sintético; (c) Tráfego auto-similar sintético, extraída de [11]**

### 3.1. Geração Multifractal

Três técnicas principais de geração serão apresentadas: as cascatas multiplicativas, o gerador *Multifractal Wavelet Model* (MWM), proposto por Riedi em 1999 [10], e o Modelo Multifractal Baseado em *Wavelets* (MMW), proposto por Flávio Vieira em 2006 [12], baseado nos trabalhos de Dang, Molnár e Maricza de 2002 [15].

#### 3.1.1. Cascatas Multiplicativas

No trabalho [16], os autores afirmam que tráfegos de redes de pacotes reais são melhor caracterizados como processos de cascatas multiplicativas do que como auto-similares. Por se tratar de um mecanismo em cascata com incrementos positivos, o problema da média do processo com valor zero, característico do modelo puramente auto-similar FBm, é solucionado.

Alem disso, os autores inferem, intuitivamente, que um processo multiplicativo é mais adequado para modelagem de tráfegos reais do que modelos aditivos, pois se trata de uma forma matemática de considerar os eventos que acontecem nos servidores pelos quais os pacotes passam ao longo da rede, com capacidades de processamento e mecanismo de filas distintos, sendo bem modelados como multiplicadores aleatórios.

O mecanismo da cascata multiplicativa foi proposto por Kolmogorov em 1962, e sua construção se baseia na idéia de criar detalhes nas escalas mais finas através de escalas mais largas, por meio de multiplicadores.

O método mais simples, a cascata binomial, pode ser explicado da seguinte forma [12]: dado um intervalo fechado  $[0,1]$ , escolhe-se dois números positivos  $M_0$  e  $M_1$  que serão os multiplicadores da cascata e cuja soma é igual a 1 ( $M_0 + M_1 = 1$ ).

No estágio  $k = 0$ , obtêm-se  $\mu_0$ , que será o valor inicial do processo. Já em  $k = 1$ , ocorre uma distribuição da massa, onde o subintervalo  $[0,0.5]$  com peso  $M_0$  e o intervalo  $[0.5,1]$  com peso  $M_1$ , sendo estas as medidas para  $\mu_1$ . No passo seguinte:

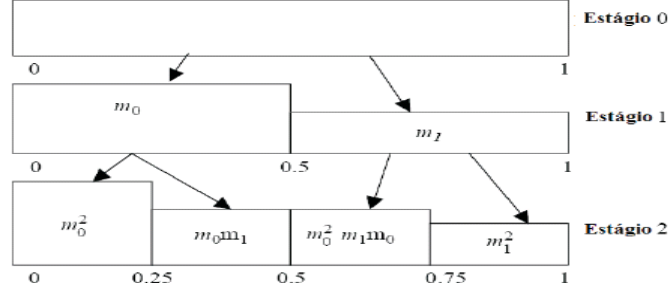
$$\mu_2[0,0.25] = M_0 M_0 ;$$

$$\mu_2[0.25,0.5] = M_0 M_1 ;$$

$$\mu_2[0.5,0.75] = M_1 M_0 ;$$

$$\mu_2[0.75,1] = M_1 M_1 ;$$

Conforme mostra a Fig. 3.2:



**Fig. 3.2 – Processo realizado na Cascata Multiplicativa (extraída de [12])**

A sequência de medidas irá então convergir para o processo multifractal  $\mu$ . Considerando o intervalo diádico  $[t, t + 2^{-k}]$ ,  $t$  sendo escrito de forma binária como:

$$t = \sum_{i=1}^k n_i 2^{-i} \quad (3.1)$$

Onde  $n_i \in \{0,1\}$ .

Sejam  $\varphi_0$  e  $\varphi_1$  as frequências de 0s e 1s na cascata, a medida  $\mu$  na cascata será:

$$\mu[t, t + 2^{-k}] = \mu[\Delta_k] = M_0^{k\varphi_0} M_1^{k\varphi_1} \quad (3.2)$$

Seja  $I_k$  o intervalo diádico  $[i2^{-k}, (i+1)2^{-k}]$ , o expoente de Hölder será obtido como:

$$\alpha(I_k) = \frac{\log \mu(I_k)}{\log \mu(2^{-k})} = \frac{\log [M_0^{k\varphi_0} M_1^{k\varphi_1}]}{-k \log 2} \quad (3.3)$$

Para que este processo de geração multifractal se torne de fato um eficiente modelador para tráfegos de redes como à internet, deixando de ser determinístico e melhorando a eficiência, são necessárias algumas alterações no mecanismo de interações. É necessário que o número de subdivisões entre elementos do estágio anterior ocorra de forma aleatória, bem como o valor a ser atribuído aos multiplicadores por estágio assumam uma distribuição aleatória simétrica com média 0.5.

### 3.1.2. *Multifractal Wavelet Model (MWM)*

O modelo MWM foi proposto por Riedi em 1999 [10]. É um caso especial de cascata multiplicativa, e representa uma forma de se modelar sinais positivos, estacionários e com dependência de longa duração [10]. Seu algoritmo em cascata assegura a existência de níveis

de detalhes para todas as escalas, garantindo a eficiência ao se tratar do comportamento do tráfego para as mais altas frequências.

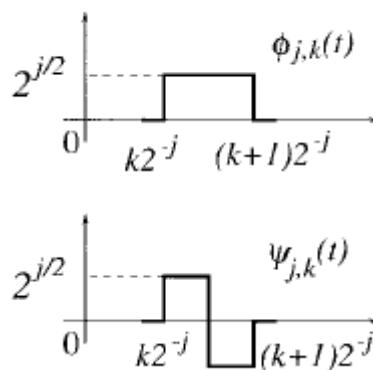
A Fig. 3.1 obtida de [11] demonstra um tráfego multifractal sintético que foi obtido por esta modelagem, exemplificando visualmente a fidelidade deste com o tráfego real.

O MWM consegue capturar e sintetizar simultaneamente eventos raros ao longo do processo e também imprimir um comportamento global característico das redes de pacotes existentes. Os eventos aleatórios são usualmente raros, no entanto, há situações em que apresentam variações consideráveis, e estes pontos de grandes variações apresentam maior probabilidade de conter informações do tráfego muito relevantes, ou seja, são locais onde a entropia é usualmente maior [12].

A geração multifractal se diferencia da auto-similar também neste aspecto; os modelos auto-similares exibem um comportamento constante da regularidade local, não havendo, pois, estes mecanismos de realização de eventos raros. Muitos sinais possuem significativa dependência de longa duração, mas apresentam correlações de curto prazo e comportamento escalar inconsistente com modelos auto-similares. Os modelos multifractais se sobressaem neste sentido, colocando estas características nos modelos de tráfegos [11].

O MWM se utiliza de *Wavelets* para imprimir características escalares na geração, modelando um processo altamente correlacionado no tempo como um processo decorrelacionado no domínio das *Wavelets*. A distribuição do processo obtido por este meio apresenta uma cauda mais pesada que a distribuição normal, o que foi observado em alguns tipos de tráfegos, principalmente nas menores escalas [14].

O procedimento de geração utiliza a Wavelet de Haar, que é ilustrada na Fig. 3.3:



**Fig. 3.3 – (a) Função escala  $\phi_{j,k}(t)$ ; (b) Wavelet de Haar  $\psi_{j,k}(t)$ , extraída de [12]**

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (3.4)$$

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - k) \quad (3.5)$$

para  $j, k$  reais.

O sinal será:

$$X(t) = \sum_k U_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_k W_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (3.6)$$

Onde  $W_{j,k}$  são os Coeficientes de *Wavelet* definidos por:

$$W_{j,k} = \int X(t) \psi_{j,k}(t) dt \quad (3.7)$$

E  $U_{j,k}$  são os Coeficiente de Escala definidos por:

$$U_{j,k} = \int X(t) \phi_{j,k}(t) dt \quad (3.8)$$

Para o caso específico da Wavelet de Haar, em [11] Riedi afirma que:

$$U_{j,k} = 2^{-\frac{1}{2}} (U_{j+1,2k} + U_{j+1,2k+1}) \quad (3.9)$$

$$W_{j,k} = 2^{-\frac{1}{2}} (U_{j+1,2k} - U_{j+1,2k+1}) \quad (3.10)$$

Que leva a:

$$U_{j+1,2k} = 2^{-\frac{1}{2}} (U_{j,k} + W_{j,k}) \quad (3.11)$$

$$U_{j+1,2k+1} = 2^{-\frac{1}{2}} (U_{j,k} - W_{j,k}) \quad (3.12)$$

Sendo, pois, necessário que  $|W_{j,k}| \leq U_{j,k}$  para garantir a positividade do tráfego gerado.

Desta forma, utiliza-se um multiplicador aleatório  $A_{j,k}$  com domínio entre  $[-1,1]$  para se encontrar os coeficientes de *Wavelet* no processo de síntese:

$$W_{j,k} = A_{j,k} U_{j,k} \quad (3.13)$$

O multiplicador  $A_{j,k}$  deve ser uma variável aleatória independente, identicamente distribuída e simétrica em relação à zero. Utiliza-se uma distribuição Beta  $\beta(p_j, p)$  para sua determinação, e são usados para controlar a energia dos coeficientes de *Wavelet*:

$$\frac{E(W_{j-1,k}^2)}{E(W_{j,k}^2)} = \frac{2p_j + 1}{p_{j-1} + 1} \quad (3.14)$$

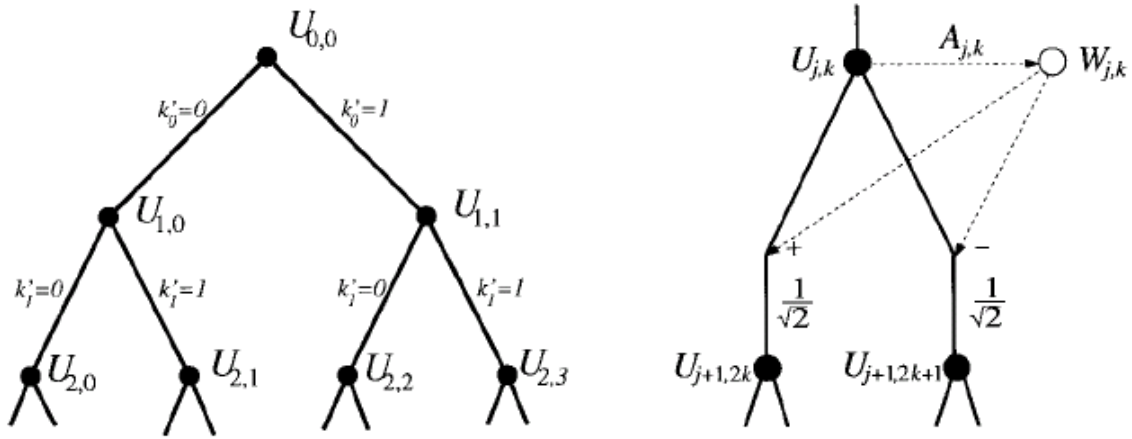
E

$$(2p_0 + 1)E(W_{0,0}^2) = E(U_{0,0}^2) \quad (3.15)$$

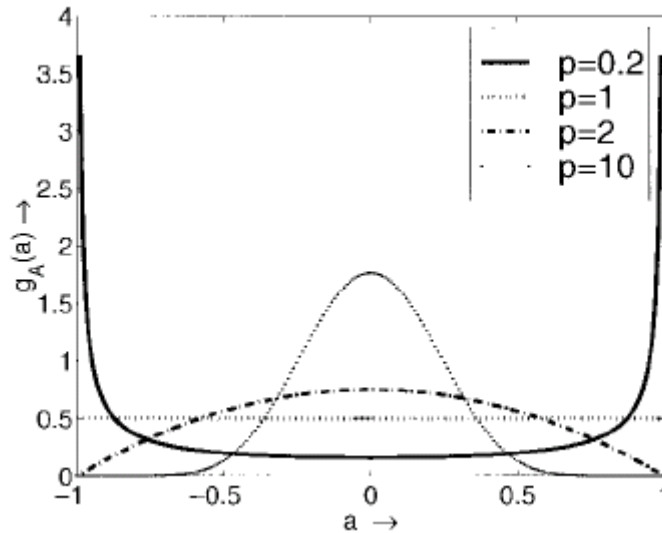
Pode-se observar que  $p_j$  é usado para capturar o decaimento da energia dos coeficientes de *Wavelet* em escala.

O coeficiente em escala  $U_{0,0}$  é modelado como uma variável normal com média e variância iguais aos coeficientes de escala dos traços reais.

A Fig. 3.4 exemplifica graficamente o processo de geração dos coeficientes escalares e de *Wavelet*, e a Fig. 3.5 ilustra o comportamento da distribuição Beta utilizada na determinação dos multiplicadores  $A_{j,k}$ . Algumas considerações relevantes sobre a distribuição Beta são feitas no Apêndice C.



**Fig. 3.4 – Processo de geração dos coeficientes escalares, extraída de [11]**



**Fig. 3.5 – Distribuição Beta, extraída de [11]**



### 3.1.3. Modelo Multifractal Baseado em *Wavelets* (MMW)

Este modelo foi proposto por Flávio Vieira em [12], baseado no trabalho de Dang datado de 2002 [15] e representa uma implementação bastante semelhante ao MWM no que se refere a eficiência de modelação, no entanto, mostra-se mais apto para aplicações em tempo real, pois sua geração é menos trabalhosa e necessita de menos parâmetros de geração. Este será o modelo implementado neste trabalho.

Trata-se também de um processo em cascata. Lembrando-se das definições explicadas no item 3.1.1, considerando-se no estágio  $k$  da cascata, um intervalo diádico de comprimento

$\Delta t_k = 2^{-k}$ , com  $t = \sum_{i=1}^k n_i 2^{-i}$ , a medida  $\mu$  neste intervalo será [15]:

$$\mu(\Delta t_k) = R(\eta_1)R(\eta_1, \eta_2) \dots R(\eta_1, \dots, \eta_k) \quad (3.16)$$

Onde  $R(\eta_1, \dots, \eta_i)$  indica o multiplicador no ponto  $i$  e  $0 < R(\eta_1, \dots, \eta_i) < 1$ .

Como os multiplicadores são independentes e identicamente distribuídos, a medida  $\mu$  satisfaz a relação escalar:

$$E(\mu(\Delta t_k)^q) = (E(R^q))^k = \Delta t_k^{-\log_2 E(R^q)} \quad (3.17)$$

Comparando-se esta definição com a equação (2.11) para processos multifractais, pode-se afirmar que a função de escala para a cascata multiplicativa é:

$$\tau(q) + 1 = \tau_0 = -\log_2 E(R^q) \quad (3.18)$$

A idéia principal do modelo proposto é encontrar uma distribuição de probabilidade para os multiplicadores  $R$  da cascata para que a função de escala seja  $\tau_0 = -\log_2 E(R^q)$ . No entanto, este modelo iria apenas capturar as propriedades multifractais dadas pela função de escala, não considerando, pois, as propriedades implicadas com o fator de momento  $c(q)$  (2.11). Segundo Molnàr em [27], um modelo multifractal deve capturar tanto a função escala quanto o fator de momento.

Com este propósito, a solução para um modelo multifractal foi a seguinte: gera-se uma cascata multiplicativa com  $2^N$  amostras seguindo a proposta do tráfego equivalente a  $\mu\Delta(t_N)$  e governada pela distribuição de multiplicadores de cascata definida em (3.18). Então a série de dados é multiplicada por um vetor unidimensional  $Y$  de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, também com  $2^N$  amostras. A variável  $Y$  é escolhida independentemente da medida  $\mu\Delta(t_N)$ , logo:

$$E(X(\Delta t_N)^q) = E(Y^q)E(\mu(\Delta t_N)^q) = E(Y^q)\Delta t_N^{\tau_0(q)} \quad (3.19)$$

Assim, o objetivo do modelo é adequadamente preencher os requisitos:

$$\begin{cases} -\log_2(E(R^q)) = \tau_{0(q)} \\ E(Y^q) = c(q) \end{cases} \quad (3.20)$$

Garantindo assim a multifractalidade do tráfego gerado. O modelo pode ser interpretado como o produto de uma taxa de pico de um fluxo  $Y$  com a medida da rajada, ou *burstiness*,  $\mu(\Delta t_N)$ , na escala  $(\Delta t_N)$ .

Algumas alterações foram propostas em [15] para uso prático, levando (3.19) para:

$$E(\mu(\Delta t_N)^q) = E(Y^q)2^{N[q+\log_2 E(R^q)]}\Delta t_0^{-\log_2 E(R^q)} \quad (3.21)$$

Sendo  $\Delta t_0$  uma unidade de intervalo de tempo do tráfego.

Comparando-se (3.21) com a equação (2.11):

$$\begin{cases} -\log_2(E(R^q)) = \tau_0(q) \\ \log E(Y^q) = \log c(q) - (q + \log_2(E(R^q)))N \log 2 \end{cases} \quad (3.22)$$

Análises de várias medidas de tráfegos multifractais, de acordo com [15], mostram que a escolha de  $R$  como uma variável aleatória com distribuição beta simétrica  $[0,1]$   $\beta(\alpha, \alpha)$  é suficiente para uma boa estimação da função escala definida agora por:

$$\tau_0(q) = \log_2 \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(2\alpha + q)}{\Gamma(\alpha + q)\Gamma(2\alpha)} \quad (3.23)$$

Sendo  $\Gamma(.)$  a função Gamma.

Em [15] também se indica que a variável  $Y$  deve ser analisada como uma variável aleatória de distribuição lognormal, possuindo dois parâmetros ( $\rho$  e  $\gamma$ ) e momento:

$$E(Y^q) = e^{\rho q + \gamma^2 q^2 / 2} \quad (3.24)$$

Substituindo-se este valor em (3.22) e realizando algumas manipulações matemáticas, o sistema converge para:

$$\rho q + \frac{\gamma^2 q^2}{2} = \log c(q) - (q + \log_2 E(R^q))N \log 2 \quad (3.25)$$

Substituindo-se em (3.25) o fator  $\log_2 E(R^q)$  por  $\tau_0(q)$ , e este pela igualdade (3.23), temos o novo sistema:

$$\begin{cases} \tau_0(q) = \log_2 \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(2\alpha + q)}{\Gamma(\alpha + q)\Gamma(2\alpha)} \\ c(q) = e^{\rho q + \gamma^2 q^2 / 2} 2^{N(q - \log_2 \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(2\alpha + q)}{\Gamma(\alpha + q)\Gamma(2\alpha)})} \end{cases} \quad (3.26)$$

Desta forma, percebe-se que o modelo multifractal proposto é caracterizado por três parâmetros  $\alpha$ ,  $\rho$  e  $\gamma$ . No Apêndice D discute-se sobre a estimação dos parâmetros desses parâmetros para um tráfego real.

Em [15, [12], apresentam-se os seguintes resultados com relação a média e variância do modelo MMW:

$$E(X(\Delta t_0)) = e^{\rho + \gamma^2 / 2} \quad (3.27)$$

$$\text{var}(X(\Delta t_0)) = e^{2\rho + 2\gamma^2} \left( \frac{\alpha + 1}{\alpha + 0.5} \right)^{N-k} - (e^{2\rho + \gamma^2} 2^{2k-2N}) \quad (3.28)$$

Além disto, supondo que a Wavelet de Haar seja utilizada, o momento de segunda ordem dos coeficientes de *Wavelet* podem ser determinados por meio de:

$$E(w_j^2) = e^{4\rho + 4\gamma^2} \left( \frac{\alpha + 1}{\alpha + 0.5} \right)^2 - 2Z_j \quad (3.29)$$

$$Z_j = 2^{j-1} \left[ \text{var}[X^{2j}] - e^{2\rho + 2\gamma^2} \left( \frac{\alpha + 1}{\alpha + 0.5} \right) + e^{2\rho + \gamma^2} \right] \quad (3.30)$$

E a média e a variância dos coeficientes de escala por:

$$E\{U_{n,k}\} = 2^{n/2} (e^{\rho + \gamma^2 / 2}) \quad (3.31)$$

$$\sigma_{U_{n,k}}^2 = e^{4\rho + 4\gamma^2} \left( \frac{\alpha + 1}{\alpha + 0.5} \right)^2 + 2Z_n - (2^n e^{2\rho + \gamma^2}) \quad (3.32)$$

Assim o modelo MMW utiliza (3.28), (3.25) e (3.26) para encontrar os  $p_j$  responsáveis por capturar o decaimento da energia dos coeficientes Wavelet, por meio da igualdade (3.14) e (3.15), conforme o modelo MWM.

A partir daqui, o procedimento para determinação do tráfego equivale ao MWM. A vantagem do MMW sobre o MWM é que no segundo é necessário se aplicar a DWT em toda a série do tráfego, enquanto no MMW é necessário apenas o conhecimento dos três parâmetros de entrada  $\alpha$ ,  $\rho$  e  $\gamma$  para se sintetizar o tráfego com características multifractais.

### 3.2. Estimativa do Espectro de Legendre

O espectro multifractal é uma ferramenta para análise gráfica de singularidades presentes em um tráfego [28]. Considera-se que a função Hölder represente as singularidades locais de um processo e o espectro, que consiste na distribuição dos diversos valores da função Hölder no espaço de tempo analisado, representa a análise global de singularidades de um sinal.

O gráfico da função do espectro multifractal  $f(\alpha)$  normalmente possui um perfil côncavo, onde a abscissa representa os expoentes de Hölder encontrados no sinal analisado e a ordenada representa a quantidade de pontos que possuem determinado valor de singularidade [12] ou que, numa análise probabilística, possuem maior chance de apresentar determinado valor de singularidade.

Podem-se utilizar três tipos de espectros para realizar a análise global do sinal como mencionado no capítulo 2. O Espectro de Hausdorff consiste na distribuição geométrica dos coeficientes de Hölder encontrados no sinal, por isso ele é considerado o melhor espectro para capturar as características fractais de um tráfego, mas em contrapartida, é o mais complexo de se obter considerando uma análise computacional [25]. O Espectro dos Grandes Desvios e o Espectro de Legendre são estimados através da distribuição probabilística da singularidade de Hölder, em outras palavras, estimamos o valor mais provável para a singularidade do sinal em cada ponto [29].

O Espectro de Legendre consiste em uma aproximação do Espectro dos Grandes Desvios [12] que, apesar da possibilidade de omissão de algumas informações presentes no Espectro dos Grandes Desvios para alguns sinais [16], apresenta robustez em seus resultados e simplicidade computacional para sua estimação. Por essas características, optou-se pela sua utilização.

Existem várias maneiras de obter o Espectro de Legendre e dentre elas temos técnicas que utilizam a teoria de Wavelets através da transformada contínua (CWT) ou da transformada discreta (DWT).

#### 3.2.1. WTMM - *Wavelet Transform Modulus Maxima*

A técnica WTMM (*Wavelet Transform Modulus Maxima*) utiliza a teoria de *Wavelets* para estimar o espectro multifractal. Ela se baseia no desenvolvimento do trabalho de Arneodo no início dos anos 90 [30, [31] e pode-se dizer que atingiu o patamar de padrão para análise multifractal [32].

Pode-se obter o espectro de singularidades através do máximo local da transformada de *Wavelet*. Primeiramente, define-se um procedimento de análise multifractal baseado em *Wavelets*.

A análise através de *Wavelet* e multi-resolução apresenta três vantagens na detecção, identificação e mensuração do comportamento em escala [17] que o torna apropriado para o estudo de sinais multifractais:

1. Característica de ser invariante em relação à escala, diferentemente de outros métodos de análise;
2. Vantagem computacional substancial que permite a análise de dados de tamanho arbitrário;
3. Valiosa robustez inerente a esse método, particularmente com respeito à eliminação de sobreposição de *smoth trends* [5];

Calcula-se o vetor de coeficientes de *Wavelet*  $\{d_n\}$  de um sinal  $X$  através da decomposição pela transformada de *Wavelet* até o  $n$ -ésimo nível. Em seguida, normaliza-se o vetor utilizando a equação (3.33) obtendo  $\{\bar{d}_n\}$ .

$$\bar{d}_{n,q} = 2^{-n/2} d_{n,q} \quad (3.33)$$

A definição de função de partição baseada em *Wavelet*, ou energia livre,  $S_n(q)$  pode ser obtida pela soma dos  $q$ -ésimo momentos do valor absoluto de  $\{\bar{d}_n\}$  [33, [34] .

$$S_n(q) = \sum_{k=0}^{2^n-1} |\bar{d}_{n,k}|^q \quad (3.34)$$

Em seguida, define-se como função de estrutura  $\tau(q)$  [33] a seguinte relação a fim de inferir sobre o comportamento em escala da função de partição:

$$\tau(q) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log S_n(q)}{n \log 2} \quad (3.35)$$

Concluindo, podemos estimar a função Hölder e o espectro de singularidades através da transformada de Legendre:

$$\alpha(q) = \frac{\partial \tau(q)}{\partial q} \quad (3.36)$$

$$f(\alpha) = \min_{\alpha} (\alpha q - \tau(q)) \quad (3.37)$$

Mallat provou que todas as singularidades de sinais irregulares (multifractais) podem ser detectadas usando WTMM na função de partição. Usando WTMM na estimação da

função de partição evita-se desvios ocasionados pelas oscilações dos coeficientes de *Wavelet* para  $q < 0$ . Dessa forma, a análise através de *Wavelets* se torna mais eficiente e eficaz.

Defina  $\{U_n\}$  como o vetor posição que marca o máximo local do vetor de coeficientes de *Wavelet*  $\{\overline{d_n}\}$ . Quando  $\overline{d_{n,k}}$  corresponde ao máximo local,  $U_{n,k} = 1$ , caso contrário,  $U_{n,k} = 0$ . Assim, reescreve-se a relação da função de partição:

$$S'_n(q) = \sum_{k=0}^{2^n-1} \left| \overline{d_{n,k}} * U_{n,k} \right|^q \quad (3.38)$$

E a função de estrutura:

$$\tau'(q) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log S'_n(q)}{n \log 2} \quad (3.39)$$

Baseado nessa teoria, pode-se obter o Espectro de Legendre através de 3 passos:

1. Estimar os coeficientes de *Wavelet* e o relativo vetor de módulos máximos;
2. Calcular a função de partição por (3.38) e  $\tau(q)$  através de uma regressão linear como método dos mínimos quadrados;
3. Estimar o expoente de Hölder e o Espectro de Multifractal aplicando da transformada de Legendre.

O gráfico de  $f(\alpha) \sim \alpha$  descreve as singularidades globais de um sinal.

### 3.3. Considerações Finais do Capítulo

Nesse capítulo foram abordados técnicas para obtenção de duas ferramentas importantes para análise de um tráfego com características multifractais. Apresentaram-se três métodos de geração de tráfego sintético com características multifractais: as Cascatas Multiplicativas, o *Multifractal Wavelet Model* (MWM) e o Modelo Multifractal baseado em *Wavelets* (MMW).

Para a obtenção do espectro multifractal, sendo mais específico o Espectro de Legendre, apresentou-se técnica *Wavelet Transform Modulus Máxima* (WTMM).

No próximo capítulo essas ferramentas serão utilizadas no estudo de tráfego para vários cenários. Será mostrada a influência da escolha da escala para análise de um processo, características causadas pela utilização de certos protocolos no sinal e o efeito da agregação de tráfego.

## 4. Análises e Estudo de Tráfegos Multifractais

Este capítulo será dedicado à explicação dos algoritmos, ferramentas e módulos de análise multifractal integrados na ferramenta GTAR. O trabalho se foca na inserção de um gerador de tráfego multifractal baseado no modelo MMW (vide item 3.1.3) e na detecção do espectro multifractal de Legendre.

A análise multifractal foi realizada integrando-se ao software GTAR, de implementação completamente em Java, com alguns recursos do software Fraclab, desenvolvido pela equipe INRIA e IRCCyN, sob coordenação de Jacques Lévy-Véhel, que se trata de um analisador livre, aberto para ser integrado à outras ferramentas de análise de tráfego, que foi utilizado neste estudo.

Este capítulo será dividido em duas partes principais: inicialmente é apresentada uma forma de integração entre o GTAR com os recursos de interesse do Fraclab e em seguida trata-se da análise dos resultados obtidos com relação ao gerador multifractal.

Para maiores informações sobre o GTAR, ver Apêndice A.

### 4.1. Estimativa do Espectro de Legendre

Inicialmente, para que o tráfego multifractal gerado pelos métodos implementados pudesse ser validado, utilizou-se o bloco de ferramentas (*toolbox*) disponível no Fraclab. A partir deste as funcionalidades foram integradas usando o *run time Matlab* [35], usadas na geração de Espectro de Legendre pelo Fraclab ao GTAR, que utiliza a plataforma Java.

Na sequência, foram implementadas as funções desejadas em um arquivo *M-File*. Através desse arquivo o MBJ é capaz de gerar bibliotecas Java (arquivos .jar) com as funções de análise multifractal. Em seguida, bastou desenvolver no GTAR a lógica para utilizar as funcionalidades do Fraclab.

As funcionalidades adicionadas à ferramenta foram à geração do gráfico da Função Hölder de uma série temporal de tráfegos, geração e exibição do gráfico do Espectro de Legendre pelo método *Box-Counting*, CWT (*Continuous Wavelet Transform*) e DWT (*Discrete Wavelet Transform*).

Sobre a implementação deve-se ressaltar que as funções utilizadas necessariamente devem ter como parâmetro de entrada um vetor cujo tamanho seja uma potência de dois. Essa condição é imposta pelo algoritmo utilizado pelo Fraclab. Para evitar erros devido a essa condição, o GTAR verifica o tráfego antes de analisado. Caso o número de amostras totais não

seja uma potência de dois, o GTAR trunca o arquivo de tráfego de forma a usar as primeiras amostras até a potência de dois menor e mais próxima do número de total contido no arquivo.

## 4.2. Módulo de Geração Multifractal MMW

O gerador multifractal desenvolvido neste trabalho foi baseado no pseudo-código exposto por Flávio Vieira em [12] para sintetização do tráfego multifractal. Como entradas para o algoritmo, as variáveis  $\alpha, \rho$  e  $\gamma$  devem ser informadas para o funcionamento deste, bem como o fator  $N$ , que irá definir o tamanho da amostra de tráfego sintético a ser gerada pela ferramenta, equivalente a  $2^N$ . O procedimento de geração é descrito a seguir:

1. Dados os parâmetros de entrada  $\alpha, \rho, \gamma, N$ ;
2. Inicia-se com a escala  $j = 1$ , correspondendo à fração de agregação igual a  $2^j$ ;
3. Calcula-se a variância do processo por meio da equação (3.28), substituindo-se  $k$  por  $j$ ;
4. Calcula-se a média e variância do coeficiente de escala para a escala mais grosseira  $j = 0$ , por meio das equações (3.31) (média) e (3.32) (variância);
5. Calcula-se a variável  $Z_j$  por (3.30);
6. Dado que se possui  $Z_j$ , utiliza-se este como entrada para determinação da variância dos coeficientes de *Wavelet*, de acordo com (3.29), obtendo-se  $E(w_j)^2$ ;
7. Encontra-se agora o fator  $U_{0,0}$ , por meio de uma distribuição normal, com média e variância de entrada de acordo com o valor encontrados no item 4 do presente algoritmo. Esta forma de determinação está de acordo com o proposto em [11] por Riedi;
8. Encontra-se agora o  $p_0$ , por meio de (3.15);
9. Determina-se a variável  $A_{0,0}$ , por meio de uma distribuição Beta com domínio entre  $[-1,1]$ , dada por  $A_{0,0} = \beta(p_0, p_0)$ ;
10. Tendo  $U_{0,0}$  e  $A_{0,0}$ , aplica-se (3.13) para definir  $W_{0,0}$ ;
11. Incrementa-se  $j$  de uma unidade, e determina-se os valores da variância do processo agregado no estágio atual,  $Z_j$  atual,  $E(w_j)^2$  atual,  $p_j$  atual (utiliza-se



- (3.14) para este fim) e o multiplicador  $A_{j,k}$  para  $j$  atual e para  $k$  variando de 0 a  $2^j - 1$ ;
12. Repete-se o passo anterior até  $j = N - 1$ ;
13. A partir de agora, a árvore dos coeficientes escalares e coeficientes de *Wavelet* é desenvolvida até o nível  $j = N - 1$ , de acordo com a Fig. 3.4, utilizando as equações (3.9) e (3.10). Realizado este procedimento, encontra-se todos os expoentes escalares e de *Wavelet* para  $j = N - 1$ , com  $k$  variando de 0 até  $2^j - 1$ ;
14. Por meio dos coeficientes encontrados no passo anterior, os coeficientes escalares  $U_{N,k}$  para  $k$  de 0 até  $2^N - 1$  são encontrados utilizando-se as equações (3.11) e (3.12) e os coeficientes escalares e de *Wavelet*  $U_{N-1,k}$  e  $W_{N-1,k}$ , para  $k$  variando de 0 até  $2^{N-1} - 1$ ;
15. Encontrados todos os  $U_{N,k}$  para  $k$  de 0 até  $2^N - 1$ , todos os membros deste vetor passam pela equação:

$$X(k) = 2^{-N/2} U_{N,k} \quad (4.1)$$

16. Esta série irá corresponder ao tráfego multifractal gerado, de acordo com [11], [12].

Este algoritmo foi implementado em Java para ser diretamente integrado ao GTAR, e também em outras plataformas, a título de comparação.

Outro fator interessante são os parâmetros de entrada do algoritmo. Conforme já informado, são necessárias para a geração do tráfego as variáveis  $\alpha$ ,  $\rho$  e  $\gamma$ .

A variável  $\alpha$  representa o parâmetro de entrada para a distribuição Beta  $\beta(\alpha, \alpha)$ , com domínio  $[0,1]$ , utilizada para modelar os multiplicadores da cascata R, conforme explicado em 3.1.3. As variáveis  $\rho$  e  $\gamma$  são utilizadas como parâmetros de entrada para a distribuição lognormal utilizada para modelar o vetor multiplicador da cascata,  $Y$ , de acordo com a equação (3.24).

Estes valores foram obtidos empiricamente, utilizados respeitando os seguintes limites:  $\alpha$  existe no intervalo de 9 a 12;  $\gamma$  pertence ao intervalo 0.1 a 0.2; e  $\rho$  abrange 0.4 a 0.6. A extração (vide 3.1.3) destes parâmetros seria muito interessante para a melhor eficiência do gerador. Tal escopo está além dos objetivos deste trabalho, no entanto trata-se de uma

ferramenta que pode ser alvo de sofisticações futuras. Maiores informações sobre os parâmetros de entrada do algoritmo, vide Apêndice D.

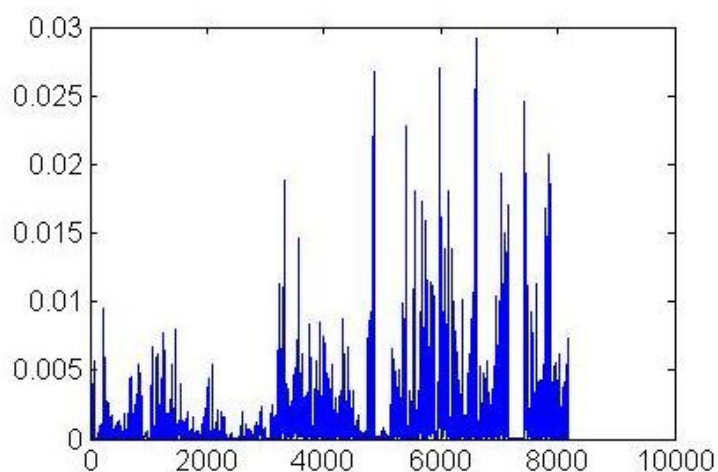
### 4.3. Análise e estudo do comportamento de tráfegos

#### 4.3.1. Comportamento do tráfego sintético gerado pelo MMW

Será agora realizada uma análise comparativa do modelo de geração proposto com outras distribuições e com algumas medidas extraídas de tráfegos reais. A geração utilizando a ferramenta será conFig.da para sintetizar tráfegos de 4.096, 16.384 e 262.144 amostras, para parâmetros de entrada iguais a  $\alpha=10$ ;  $\gamma=0.1$ ;  $\rho=0.4$ . Gerações sintéticas seguindo distribuições auto-similares e amostras retiradas diretamente da rede serão foco do estudo a título de comparação e validação.

Os parâmetros a serem extraídos dos tráfegos serão: vetor tráfego, média, variância, parâmetro de Hurst, função do expoente de Hölder Pontual e espectro de Legendre. Será tratado, por questões de simplificação, o intervalo de chegada entre pacotes nas análises que seguem.

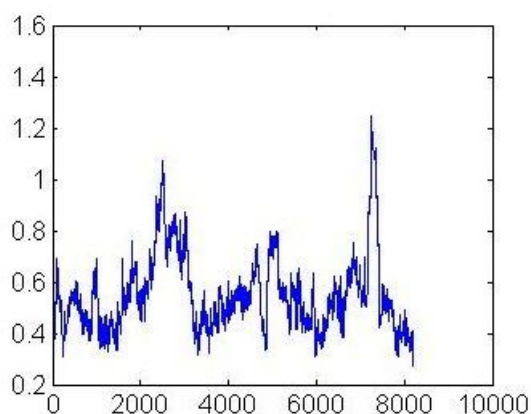
A Fig. 4.1 representa um tráfego MMW com 8192 amostras, a partir de agora chamado de tráfego A. Percebe-se visualmente o comportamento oscilante que o tráfego A possui para escalas diferentes, bem como a existência de rajadas de dados. Este comportamento é bastante interessante e aparenta semelhança com o existente em situações reais, como exposto em [16].



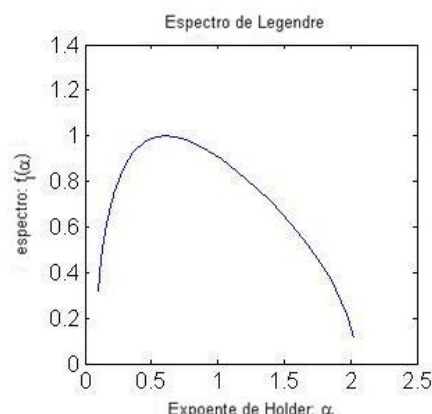
**Fig. 4.1 – Tráfego A gerado pelo modelo MMW com 8192 amostras**

A Fig. 4.2 mostra o expoente de Hölder da amostragem, que possui variações de aproximadamente uma unidade, o que já causa uma forte impressão do tráfego A de características escalares não constantes, ou seja, uma característica de multiresolução e a presença de vários pontos contendo singularidades ao longo do processo [8, [9].

Esta suposição é ainda mais fortalecida com o Espectro de Legendre da amostra (Fig. 4.3) que dá uma indicação de que se trata de um tráfego multifractal, conforme descrito em 2.5. Percebe-se também que o espectro está de acordo com as informações obtidas a respeito do expoente de Hölder, ou seja, a probabilidade de incidência de valores para o expoente pontual de Hölder  $\alpha$  nas proximidades de 0.6 mostra-se maior, já que é nesta proximidade que o eixo  $f(\alpha)$  mais se aproxima do valor unitário.



**Fig. 4.2 – Função Expoente de Hölder do tráfego A**



**Fig. 4.3 – Espectro de Legendre do tráfego A**

A Tabela 4.1 exibe o comportamento de alguns parâmetros estatísticos dessa amostra.

**Tabela 4.1 – Parâmetros extraídos do tráfego A**

<b>Média</b>	0.0012
<b>Variância</b>	$4.8032 \times e^{-6}$
<b>Hurst 1 (derivação discreta de segunda ordem)</b>	0.1293
<b>Hurst 2 (derivação discreta de segunda ordem)</b>	0.1396
<b>Hurst 3 (estimação baseada em Wavelet)</b>	0.3198
<b>Hurst pelo método Whittle</b>	0,816
<b>Hurst pelo método VTP</b>	0,837
<b>Hurst pelo método Ketani</b>	0,82
<b>Hurst pelo método Periodogram</b>	0,884

É bastante interessante notar que os parâmetros de Hurst estão assumindo valores relativamente diferentes para as várias técnicas de determinação, o que é explicado devido ao

fato deste não manter-se fixo durante o tráfego, o que está de acordo com a teoria de tráfego multifractal.

Este resultado já era esperado, pois o parâmetro de Hurst deve ser uma constante utilizada para caracterizar os momentos de um processo auto-similar ao longo de escalas distintas. Para o caso destes, a função descritiva do expoente de Hölder deve ser constante e equivalente ao Hurst, da mesma forma que o espectro multifractal de tal processo deve ser representado por um único ponto, onde  $\alpha = H$  e  $f(\alpha) = 1$ .

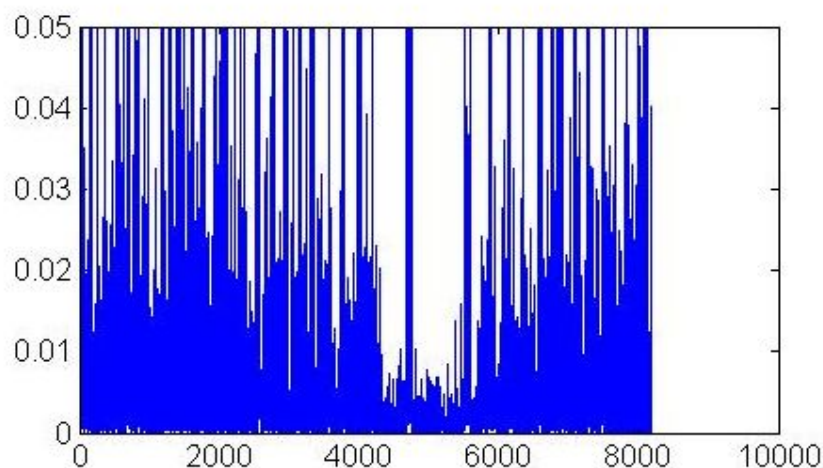
Para saber mais a respeito das técnicas de estimação do parâmetro de Hurst, consultar [14].

#### 4.3.2. Comportamento de uma amostra de tráfego real disponível na internet

Análise semelhante ao do sub-tópico anterior será feita para o tráfego real extraído em [36]. Esse traço de tráfego foi obtido de dados coletados durante 2 horas de comunicação do laboratório *Lawrence Berkeley Laboratory* para a internet. Foi novamente utilizada como métrica o intervalo de chegada de pacotes, e o referido tráfego, a partir de agora chamado de tráfego B, foi truncado para efeitos de análise.

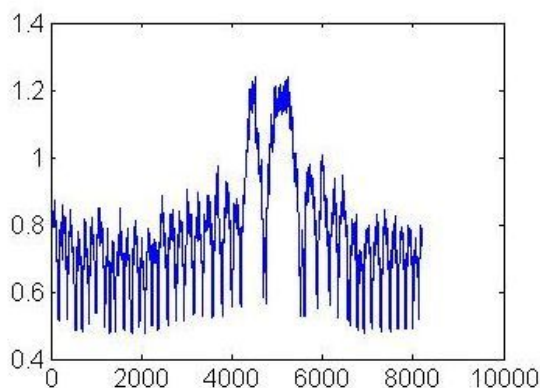
A Fig. 4.4 é uma ilustração deste tráfego. Percebe-se nitidamente a existência de rajadas nas mais variadas escalas, com um comportamento muito oscilante, de acordo com o esperado, além da presença de singularidades diversas.

Acredita-se que o modelo proposto MMW seja capaz de fazer uma boa aproximação deste tipo de conteúdo, com as devidas conFig.ções.

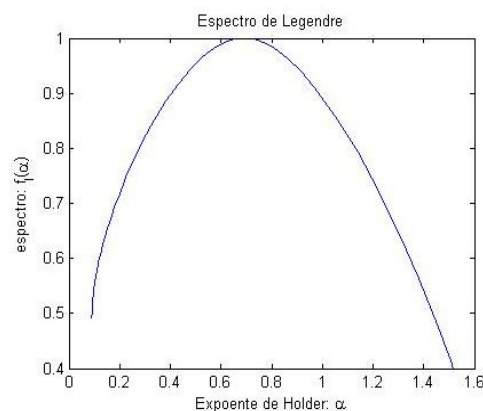


**Fig. 4.4 – Tráfego B obtido da rede da *Lawrence Berkeley Laboratory***

Observa-se, a título de validação da eficiência do modelo proposto, que este possui expoente de Hölder conforme Fig. 4.5 e Espectro de Legendre mostrado na Fig. 4.6.



**Fig. 4.5 – Função Expoente de Hölder do tráfego B**



**Fig. 4.6 – Espectro de Legendre do tráfego B**

O gráfico do expoente de Hölder mostra que este possui variação considerável, não sendo possível caracterizá-lo como auto-similar. O intervalo de aproximadamente uma unidade de variação máxima possibilita identificar características multifractais no processo, estando de acordo com a modelação proposta. É importante salientar que estão sendo tratadas escalas bastante reduzidas, onde as componentes de alta frequência prevalecem, e o nível de detalhes é bastante grande, mostrando que é válida a análise dos tráfegos para escalas pequenas.

É notável pela aparência do espectro, que não pode ser aproximada por funções lineares, a tendência multifractal desse tráfego. Também é bastante perceptível que o comportamento do espectro está de acordo com o gráfico ilustrativo do expoente de Hölder, de forma a possuir maior chance de ocorrência do expoente por volta do valor  $\alpha = 0.8$ , já que nesta vizinhança  $f(\alpha)$  está próximo de 1.

Percebe-se que o modelo proposto se mostra relativamente útil quando se analisando a forma que o espectro multifractal de tráfegos reais adquire ao longo do processo.

A Tabela 4.2 contém valores relacionados a parâmetros característicos do tráfego B.

A média está relativamente bem modelada, no entanto, o valor da variância se mostra consideravelmente maior do que no caso simulado, indicando que o tráfego real possui maior discrepância entre os valores do processo. Estes parâmetros são de fato muito oscilantes, e não são boas métricas para se analisar tráfegos reais, devido à natureza pouco regular de processos reais.

**Tabela 4.2 – Parâmetros extraídos do tráfego B**

<b>Média</b>	0.0167
<b>Variância</b>	0.0059
<b>Hurst 1 (derivação discreta de segunda ordem)</b>	0.0606
<b>Hurst 2 (derivação discreta de segunda ordem)</b>	0.0477
<b>Hurst 3 (estimação baseada em Wavelet)</b>	-0.0434
<b>Hurst pelo método Whittle</b>	0.648
<b>Hurst pelo método VTP</b>	0.666
<b>Hurst pelo método Ketani</b>	0.641
<b>Hurst pelo método Periodogram</b>	0.444

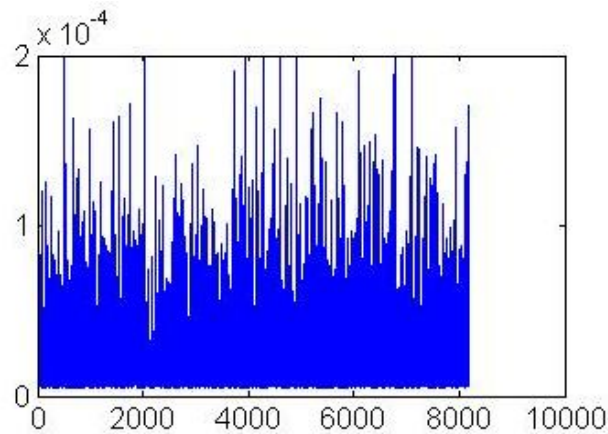
O parâmetro de Hurst se mostra mais uma vez pouco conclusivo e confuso, mostrando não ser uma boa métrica para análise deste tipo de tráfego. Métricas como expoente de Hölder e espectro multifractal são provavelmente melhores formas de se tentar analisar o comportamento deste tipo de evento.

#### **4.3.3. Comportamento de uma amostra de tráfego real obtido de uma empresa de Telecom**

Foi realizada uma medida de tráfego diretamente na rede de uma empresa de telecomunicações do Brasil, dados estes utilizados no presente estudo. A análise do tráfego agregado se deu em dois momentos:

- i) Inicialmente, tratou-se todo o conteúdo, sem distinção dos pacotes por tipo de aplicação ou por protocolo;
- ii) No segundo momento, isolaram-se os pacotes por protocolo e a análise se desenvolveu independentemente, de forma a possibilitar e identificar possíveis comportamentos distintos por tipo de aplicação.

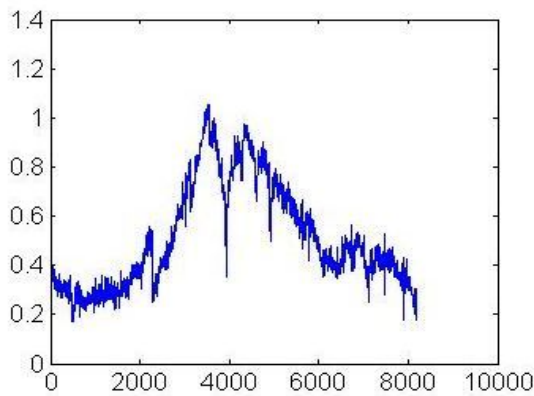
Analisando o tráfego agregado sem discriminação de pacotes (tráfego C), observam-se valores picos isolados que saem completamente do padrão do tráfego, mas estes já são de ocorrência bem menor do que no caso do tráfego B apresentado anteriormente. A Fig. 4.7 ilustra o traço deste tráfego.



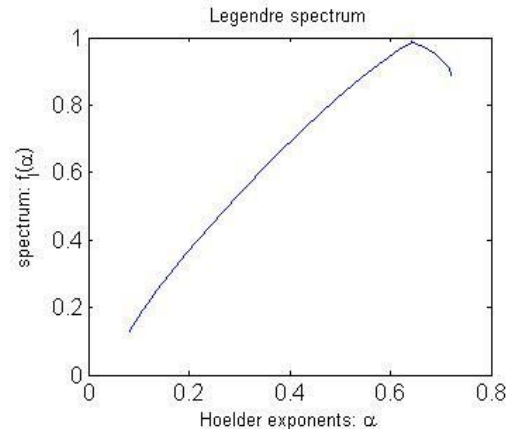
**Fig. 4.7 – Tráfego C obtido da rede de uma empresa de Telecom**

Novamente, o processo se mostra bastante inconstante, e com rajadas multiescalares, estando de acordo com o modelo proposto, no entanto, as rajadas nas menores escalas já são eventos mais difíceis de se identificar visualmente, fator este explicado pelo alto nível de agregação deste tráfego.

A Fig.s 4.8 ilustra o comportamento do expoente de Hölder na amostra e a Fig. 4.9 exhibe o Espectro de Legendre do tráfego C.



**Fig.s 4.8 – Função Expoente de Hölder do tráfego C**



**Fig. 4.9 – Espectro de Legendre do tráfego C**

Dentre os exemplos de traços de expoente de Hölder até o momento, este é o que apresenta comportamento menos oscilante, apesar de ainda existirem consideráveis variações que impedem de se caracterizar o tráfego como auto-similar, ficando mais intuitiva a modelação como do tipo multifractal.

O espectro multifractal desta amostra não apresenta um comportamento que pode ser caracterizado facilmente como multifractal, devido ao seu aspecto pouco côncavo e linear. Nota-se que existe uma concavidade mais acentuada por volta da região  $\alpha = 0.6$ , local este

que, ao se analisar a Fig.s 4.8, apresenta uma maior alteração nos expoentes de Hölder, mostrando um comportamento mais multifractal nesta região. O aspecto linear, no entanto, implica em menor oscilação do Hölder, o que causa intuição de comportamento monofractal.

Este tráfego, como pode ser percebido, apresenta alguns comportamentos tidos como de multifractais, porém existe uma tendência de que este irá assintoticamente para um processo auto-similar. De acordo com [5][6, [7 e [8], este resultado se apresenta bastante satisfatório.

Pode-se intuir que uma análise multifractal seria eficiente para modelar este tipo de rede no caso de escalas de tempo pequenas, e para maiores escalas, uma análise auto-similar seria mais propícia.

A Tabela 4.3 contém dados referentes aos parâmetros extraídos desta amostra.

**Tabela 4.3 – Parâmetros extraídos do tráfego C**

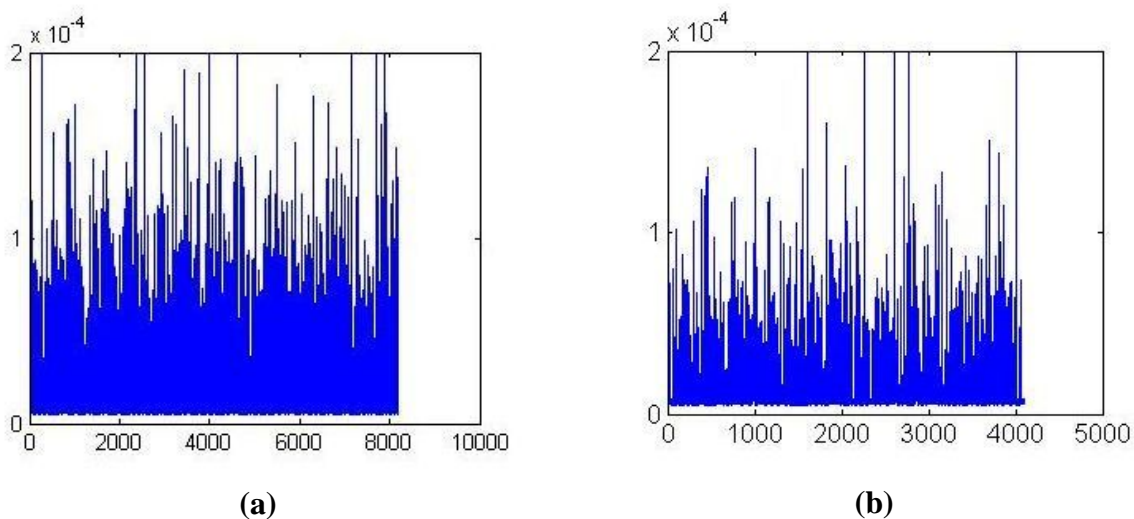
<b>Média</b>	$2.3340 \times e^{-5}$
<b>Variância</b>	$8.9926 \times e^{-9}$
<b>Hurst 1 (derivação discreta de segunda ordem)</b>	- 0.0125
<b>Hurst 2 (derivação discreta de segunda ordem)</b>	- 0.0074
<b>Hurst 3 (estimação baseada em Wavelet)</b>	- 0.3210
<b>Hurst pelo método Whittle</b>	0.502
<b>Hurst pelo método VTP</b>	0.502
<b>Hurst pelo método Ketani</b>	0.502
<b>Hurst pelo método Periodogram</b>	0.461

A exemplo dos casos anteriores, estes parâmetros se mostram pouco conclusivos e confusos, demonstrando que uma análise por meio do expoente de Hölder e do Espectro Multifractal se mostra mais conclusiva a respeito do comportamento deste tráfego, para esta escala de medida de tráfego.

Para efeitos de comparação, uma separação deste mesmo tráfego (agora chamado de tráfego D) foi realizada, considerando-se o protocolo de camada de transporte utilizado pela aplicação, TCP ou UDP. Os traços dos tráfegos estão exemplificados na Fig. 4.10 .

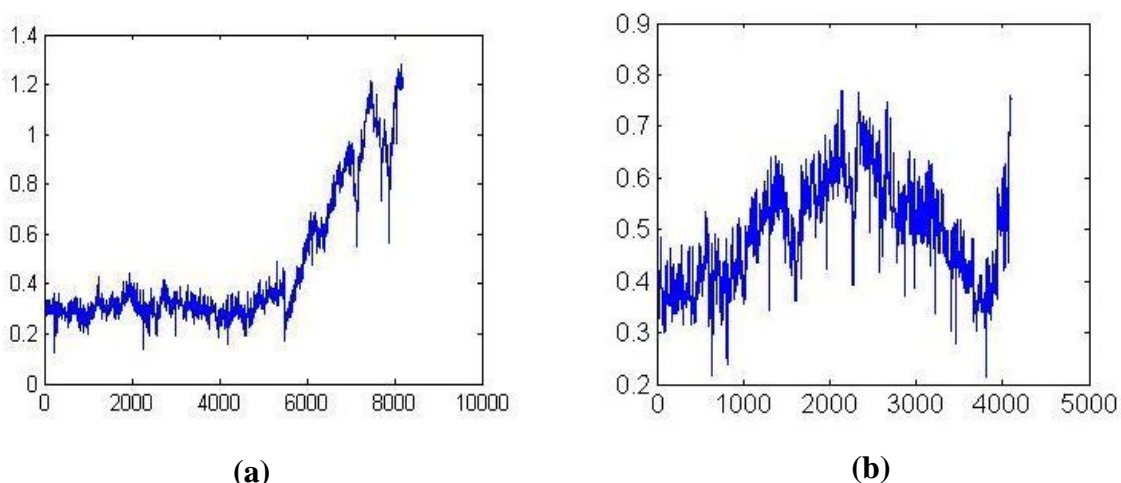
A separação de tipo de protocolo se deu por meio da porta utilizada, e infelizmente, a quantidade de pacotes selecionados como sendo do tipo UDP foi consideravelmente menor. A análise é realizada para 4096 pacotes UDP e para 8192 pacotes TCP.





**Fig. 4.10 – Tráfego D: (a) Fluxo de pacotes TCP (esquerda); (b) Fluxo de pacotes UDP**

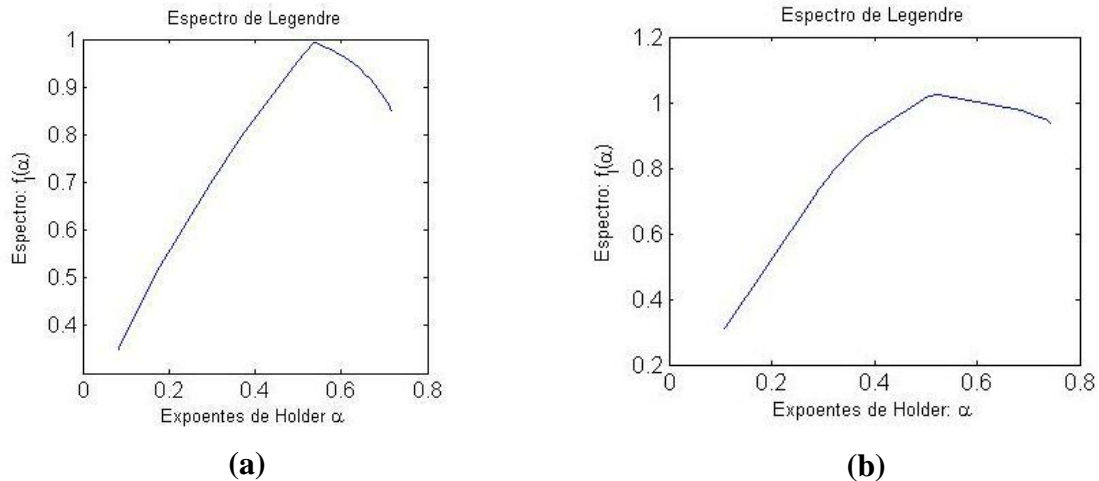
A seguir uma comparação dos gráficos para o expoente de Hölder dos dois tipos de tráfegos, Fig. 4.11.



**Fig. 4.11 – Tráfego D: (a) Expoente de Hölder para distribuição de pacotes TCP    (b) Expoente de Hölder para distribuição de pacotes UDP**

Percebe-se que o tráfego TCP apresenta menor variação do expoente de Hölder quando comparado ao tráfego UDP, cujo expoente de Hölder mostrou-se bem mais oscilante, apesar da menor amostra de dados. Com este resultado, pode-se intuir que os pacotes UDP apresentam maior número de singularidades e comportamento escalar mais rico do que os pacotes TCP. Esta é uma análise muito interessante, e leva a impressão de que os pacotes UDPs apresentam comportamento multifractal, o que está de acordo com o trabalho [37].

A Fig. 4.12 exemplifica os espectros para TCP e UDP.

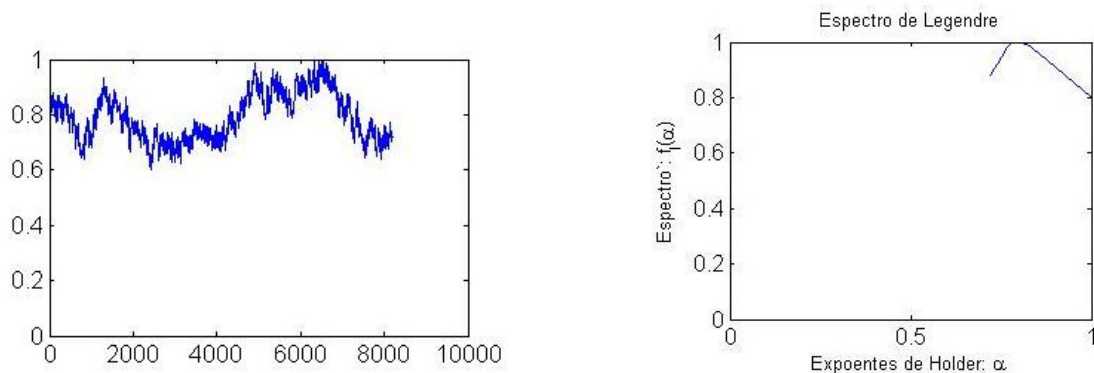


**Fig. 4.12 – Tráfego D: (a) Espectro de Legendre para distribuição de pacotes TCP (b) Espectro de Legendre para distribuição de pacotes UDP**

Novamente, é identificado uma maior tendência multifractal por parte do protocolo UDP, conforme já intuído anteriormente pela análise da função Hölder. Este resultado é bastante interessante, já que aplicações diversas como *VoIP*, conferências e outras aplicações em tempo real utilizam predominantemente este tipo de protocolo, e uma forma mais realista de se modelar este tipo de rede poderia ser por modelos multifractais.

#### 4.3.4. Análise multifractal de um processo fBm

A título de verificação, gerou-se um processo fBm com parâmetro de Hurst ( $H$ ) igual a 0.8, para que se visualizar o comportamento do expoente de Hölder e do espectro multifractal desse sinal, ilustrado em Fig. 4.13.



**Fig. 4.13 – Função Expoente de Hölder (esquerda) e Espectro de Legendre (direita) de um processo fBm com Husrt igual a 8 ( $H = 8$ )**

Percebe-se nitidamente uma variação bem pequena do expoente de Hölder, que fica por volta do valor 0.8, equivalente ao parâmetro de Hurst. O espectro apresenta-se bastante retilíneo e curto, com altíssimas probabilidades de Hölder ser igual a 0.8, conforme esperado.

#### 4.3.5. Comportamento do Tráfego Multifractal para mudanças de escala

Para averiguar o comportamento do tráfego gerado pela ferramenta foi realizado o seguinte teste: gerou-se uma amostra de 32.768 eventos, extraiu-se a função Hölder e o Espectro Multifractal de tal geração. Feito isto, começou-se um processo de alteração da escala de medida, aumentando-a gradativamente e verificando o comportamento da amostra a partir da original. Este procedimento seria o equivalente a fazer coletas em redes reais em instantes do tempo diferentes, dado o mesmo tráfego, sendo que o amostrador do tráfego possuiria frequências distintas. Quanto maior a frequência, maior será a influência do comportamento de tráfegos nas menores escalas; para menores frequências, seria como se o amostrador passasse a coletar amostras mais espaçadas no tempo.

Este procedimento será primeiramente aplicado na situação real (Tráfego B, ilustrado em Fig. 4.4). O objetivo nesta sessão é identificar se o comportamento do tráfego de fato assume uma característica multifractal nas menores escalas e conforme a escala temporal aumenta ele tende assintoticamente para a auto-similaridade, o que estaria de acordo com o que é aplicado em [7, [8[22 e [26].

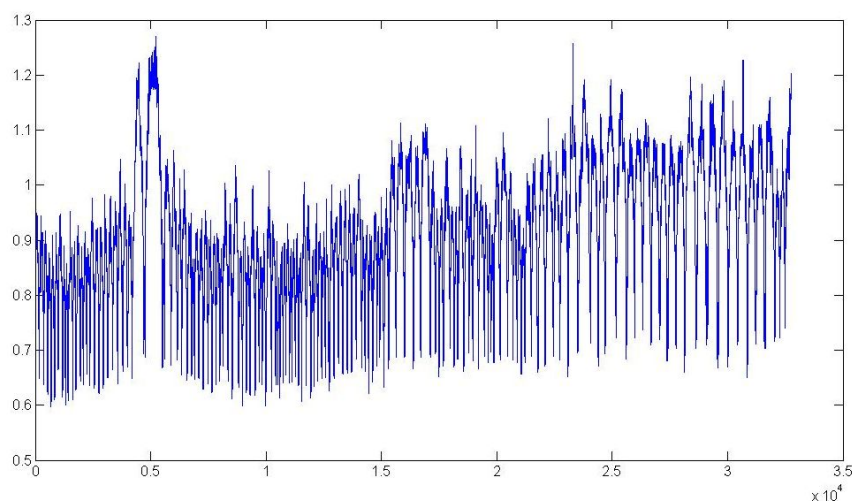
Realizado o teste na amostra real, será analisado se o tráfego simulado de fato possui características multifractais para pequenas escalas e se esta tende a assumir um comportamento assintoticamente auto-similar conforme a escala de tempo aumenta, comparando os resultados.

O tráfego real e o simulado possuem uma resolução original na ordem de  $1 \mu s$ , e este foi então assumindo a resolução de 5ms, 50ms, e 500ms. O processo para aumento de escala foi o seguinte: inicialmente utilizou-se o intervalo entre os pacotes de forma a encontrar o *timestamp* (instante de envio) de cada pacote; considerou-se o tamanho de pacote constante e equivalente a 50 bytes; para se aumentar a escala, dada a escala determinada previamente, detectou-se o montante de pacotes recebidos entre cada intervalo da janela de tempo, de forma a utilizar este resultado como sendo a distribuição do envio de pacotes por janela naquela resolução.

O tráfego real utilizado foi truncado para assumir o tamanho desejado. Este procedimento foi feito para efeitos de estudo, e não é uma obrigatoriedade para a validação do resultado.

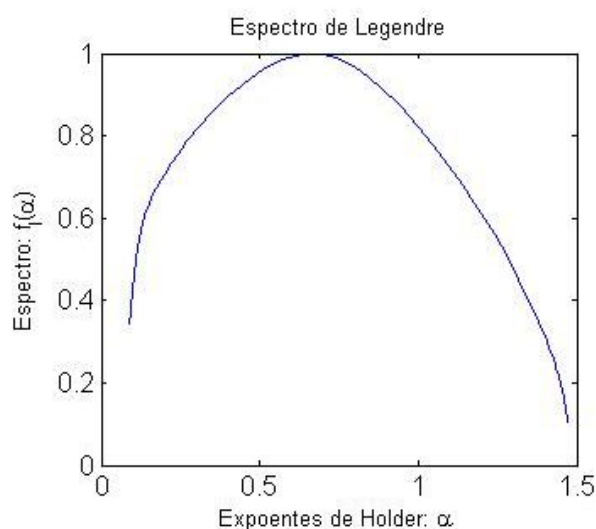
- **Análise multiescalar para o tráfego real**

A Fig. 4.14 representa o expoente de Hölder da amostra truncada de Tráfego B.



**Fig. 4.14 - Expoentes de Hölder para o tráfego B**

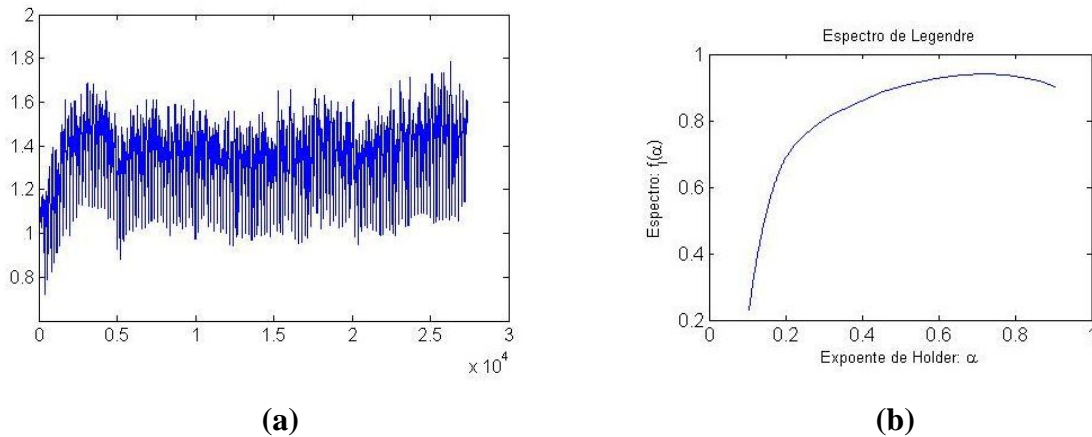
Percebe-se a intensa variação do expoente de Hölder, o que sugere um comportamento multifractal. A Fig. 4.15 ilustra o comportamento do espectro de Legendre para o referido tráfego.



**Fig. 4.15 - Espectro de Legendre do tráfego B**

Novamente, é possível se obter uma forte intuição de que de fato trata-se de um tráfego multifractal.

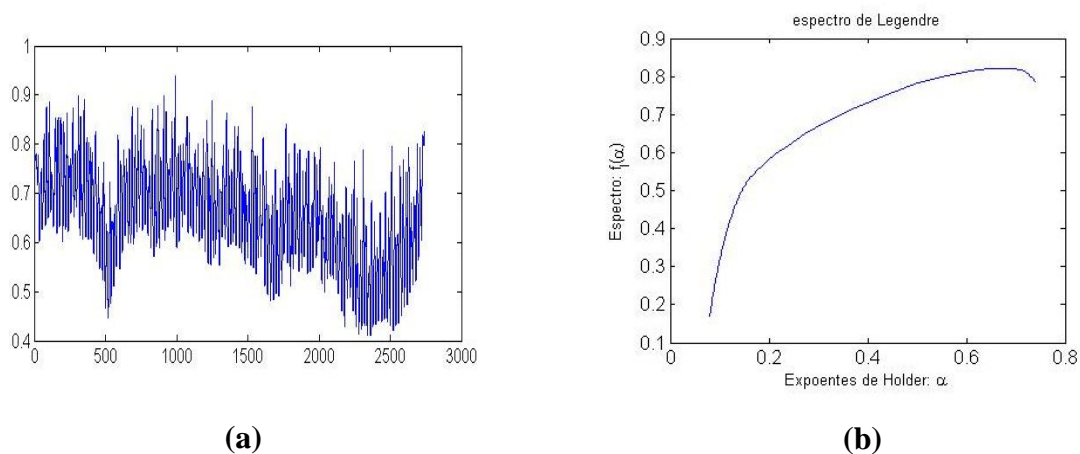
O procedimento irá abordar a alteração de escalas para se observar o comportamento da amostra. Inicia-se com uma escala de 5ms, cujo expoente de Hölder e Espectro de Legendre são ilustrados em Fig. 4.16.



**Fig. 4.16 – (a) Expoente de Hölder e (b) Espectro de Legendre do tráfego B, para a escala de 5ms**

É possível identificar comportamentos multifractais pela oscilação do expoente de Hölder, no entanto, o aspecto do Espectro denuncia que esta característica parece estar diminuindo de intensidade, conforme a escala de tempo aumentou, apesar do perfil relativamente côncavo ter mantido.

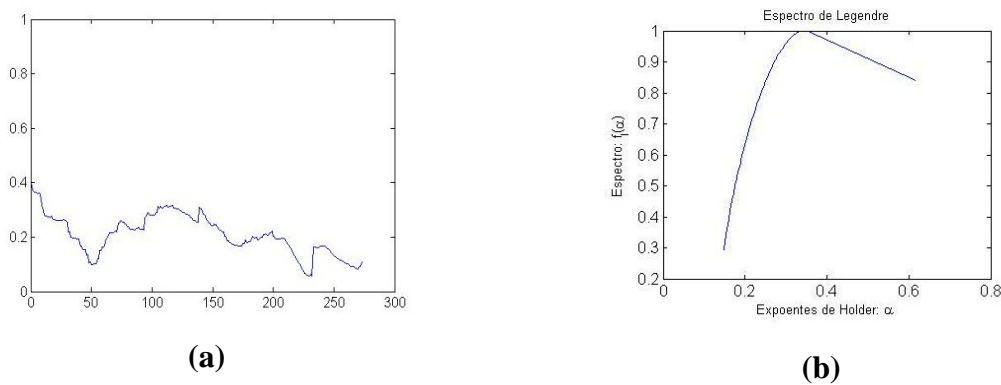
A escala será aumentada para 50ms e observados os resultados do comportamento do Hölder e do Espectro na Fig. 4.17.



**Fig. 4.17 – (a) Expoente de Hölder e (b) Espectro de Legendre do tráfego B para escala de 50ms**

É perceptível que os expoentes de Hölder estão diminuindo a variação das oscilações, já que em Fig. 4.16 predominam valores superiores a 1, e com máxima diferença de aproximadamente uma unidade; enquanto em Fig. 4.17 os Hölder não chegam a atingir o valor de 1, e a oscilação assume intervalos mais próximos, na ordem máxima de 0.5. O comportamento espectral se mostra pouco alterado, salvo pelo nível de inclinação, que é mais íngreme para a Fig. 4.17, indicando que ocorre uma linearização do traço, o que possibilita sugerir que este está assumindo uma tendência menos multifractal.

Outro teste será aplicado a este tráfego: uma escala de medida de 500ms, ilustrada a partir dos seus Expoentes de Hölder e Espectro de Legendre em Fig. 4.18.



**Fig. 4.18 – (a) Expoentes de Hölder e (b) Espectro de Legendre do tráfego B para escala em 500ms**

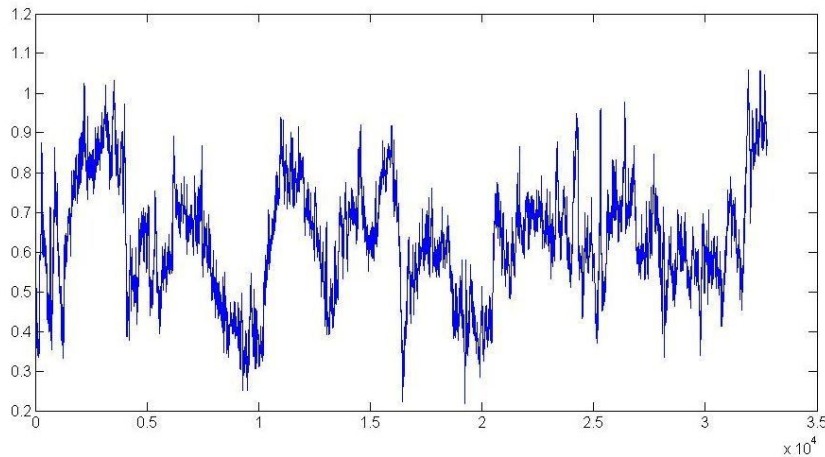
Uma análise deste resultado possibilita afirmar que o expoente de Hölder mostrou-se bem menos oscilante do que em todos os casos anteriores, apresentando variações máximas de aproximadamente 0.3 unidades, enquanto o espectro multifractal se mostra consideravelmente mais linearizado e menos côncavo, demonstrando visualmente que o tráfego está assumindo uma característica mais monofractal com o incremento das escalas de tempo do tráfego.

Com o intuito de validar a ferramenta como um modelo para exemplos reais, os mesmos testes serão aplicados e analisados neste trabalho.

Inicia-se com o expoente de Hölder do tráfego gerado, também de 32768 amostras. Novamente, utilizou-se como parâmetros de entrada  $\alpha = 10$ ,  $\gamma = 0.1$  e  $\rho = 0.4$ , para uma geração com  $N=15$ , dado que o tráfego será  $2^N = 32768$ . Ajustes adequados foram feitos de forma a possibilitar que as amostras ficassem compatíveis escalarmente, permitindo que o aumento de escala ao longo do procedimento de validação se desse de forma equivalente, possibilitando uma análise comparativa mais confiável e de fácil visualização.

- **Análise multiescalar para o tráfego simulado**

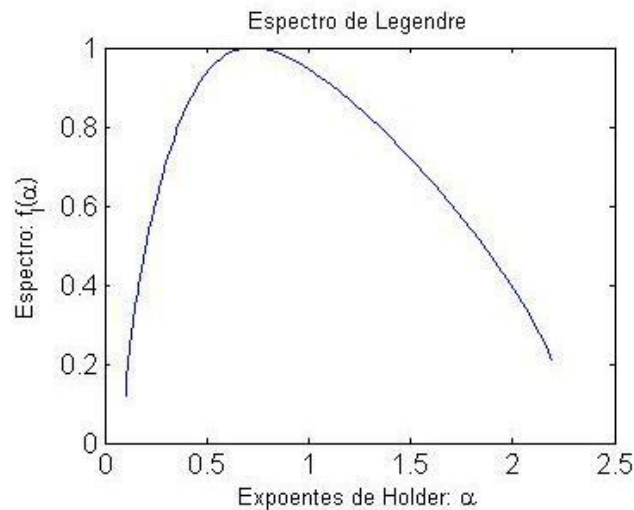
Ilustrativamente, o expoente de Hölder da referida amostra se encontra plotado na Fig. 4.19.



**Fig. 4.19 - Expoente de Hölder para tráfego sintético MMW**

Como no exemplo de tráfego real, este Hölder mostra-se bastante oscilante e imprevisível, o que está de acordo com a teoria multifractal.

Como ilustração, o espectro de Legendre da amostra será visualizado em Fig. 4.20.



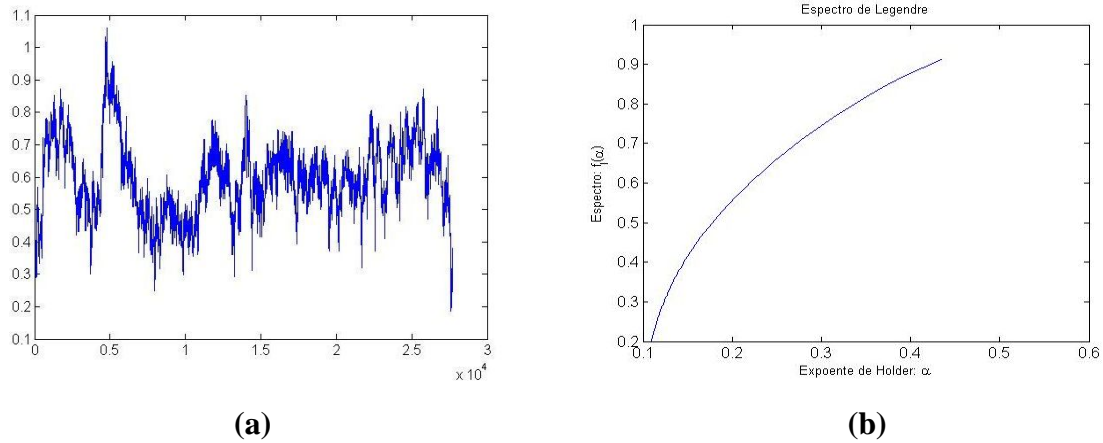
**Fig. 4.20 - Espectro multifractal para tráfego sintético MMW**

O espectro se apresenta côncavo o suficiente para intuir fortemente que o tráfego assume comportamento multifractal.

Será apresentado o comportamento deste tráfego para uma escala de medida de 5ms. A forma de proceder para efetivar esta variação na escala de medida do tráfego original é



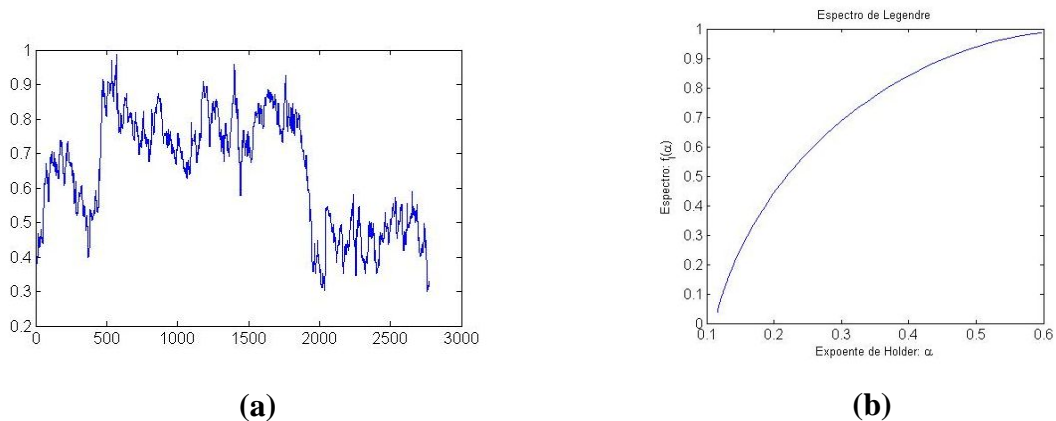
idêntica à utilizada no exemplo anterior, fornecido para uma amostra real de tráfego de rede. Para 5ms, os valores de expoente de Hölder e espectro multifractal estão visualizados na Fig. 4.21.



**Fig. 4.21 – (a) Expoentes de Hölder para Tráfego MMW na escala 5ms (b) Espectro de Legendre do tráfego MMW para escala de 5ms**

Neste exemplo, os expoentes de Hölder se mostram oscilantes, e o espectro multifractal está com um comportamento bem menos côncavo em relação ao traço original.

Para a escala temporal de unidade equivalente a 50ms, os resultados são visíveis em Fig. 4.22.



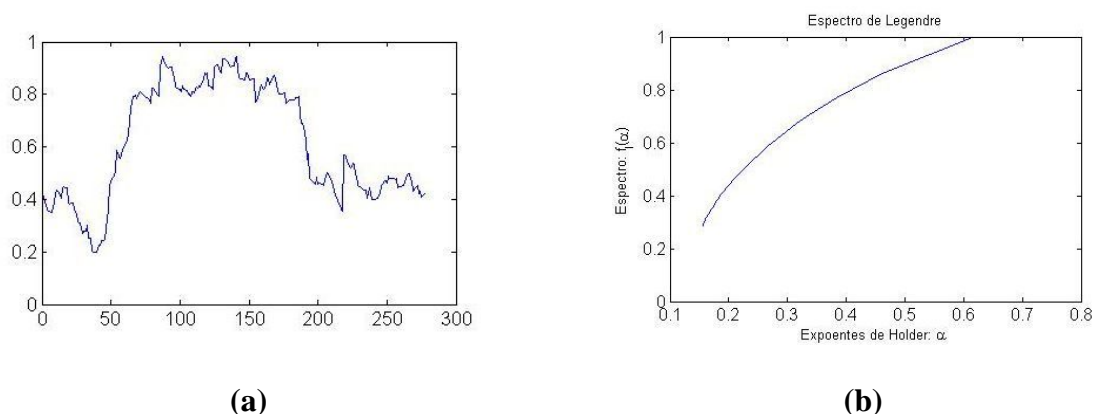
**Fig. 4.22 – (a) Expoentes de Hölder para Tráfego MMW na escala 50ms (b) Espectro de Legendre do tráfego MMW para escala de 50ms**

Observa-se que os Expoentes de Hölder assumem oscilações bastante semelhantes às ocorridas em Fig. 4.21, o que está de acordo com o caso anterior. Quanto ao espectro, apesar da evidente perda de tendência multifractal, não ocorreu linearização perceptível, dando uma intuição de que o grau de multifractalidade não diminuiu com o aumento da escala, fato este que ocorreu no caso real.



Estes resultados, apesar da pequena diferença, foram considerados satisfatórios, dado o nível de heterogeneidade das redes de pacotes reais.

Os expoentes de Hölder para a amostra, escalados em 500ms, são exemplificados na Fig. 4.23.



**Fig. 4.23 – (a) Expoentes de Hölder (b) Espectro Multifractal do tráfego MMW gerado pela ferramenta na escala de 500ms**

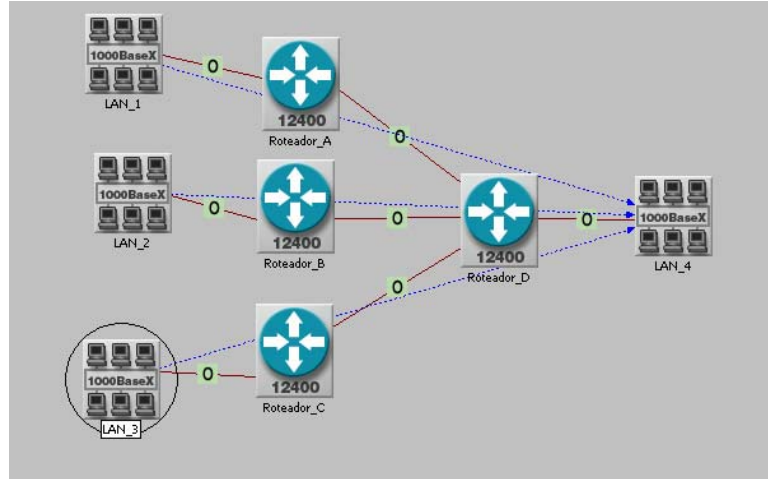
A variação do expoente de Hölder se mostra consideravelmente reduzida com relação às escalas menores, conforme esperado. O espectro de Legendre também teve um comportamento satisfatório, dada à redução observada entre os extremos do mesmo e a linearização do traço, dando uma boa intuição de que a amostra está perdendo as características multifractais originais, ou seja, ele aparenta adquirir uma característica assintoticamente monofractal.

Percebe-se nitidamente que o aspecto multifractal assumido pela função Hölder, marcante pela grande oscilação, e pelo Espectro de Legendre, definido pela concavidade, vai se enfraquecendo com o aumento da escala de medida, dando uma forte intuição de que, para escalas pequenas, um modelo multifractal é de fato mais apropriado, no entanto, conforme os períodos de análise de tráfego vão aumentando, uma tendência à auto-similaridade aparece, tornando este uma caracterização mais eficiente. Este tipo de análise está de acordo com estudos [6, [7[19[26] em tráfegos reais, sendo pois, bastante interessante que o gerador proposto tenha acompanhado tal característica.

#### 4.3.6. Estudo da agregação de tráfegos multifractais

Estudos afirmam que a agregação vários fluxos de tráfegos tendem a gerar um sinal com características assitoticamente auto-similares [12]. A fim de observar este comportamento foi realizada uma simulação de eventos discretos numa rede *Ethernet*.

Para esse teste utilizou-se uma topologia simples em que três redes locais geram tráfego multifractal direcionados para uma quarta rede local, como pode ser visto na Fig. 4.24.



**Fig. 4.24 – Topologia da rede para simulação de agregação de tráfego**

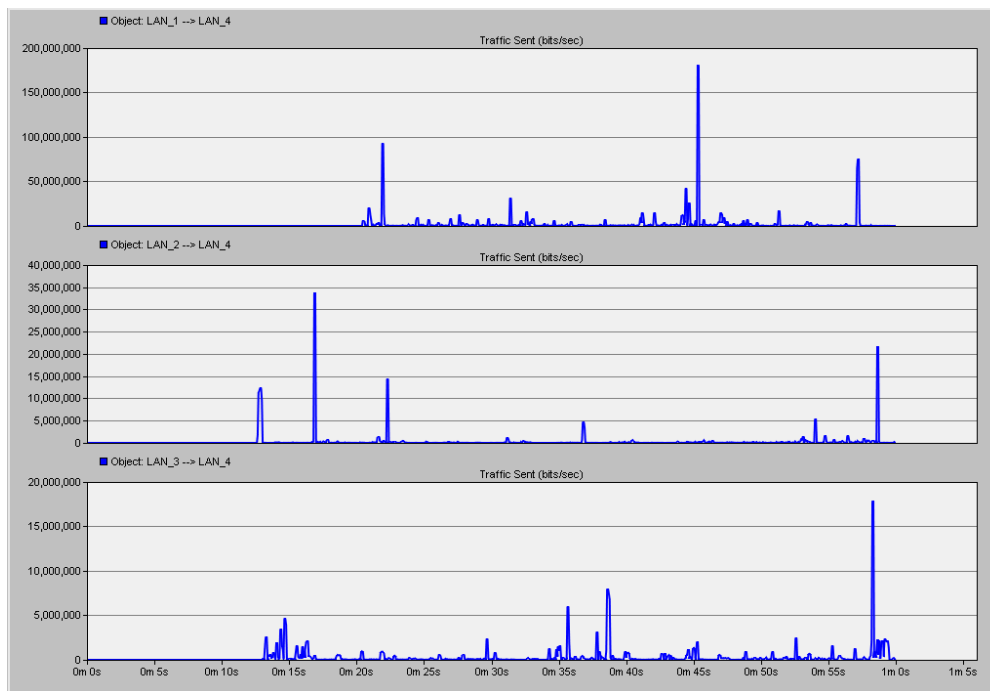
Os três fluxos são agregados na saída do roteador D. Em teoria, o tráfego da interface de saída desse roteador deverá apresentar uma tendência a auto-similaridade.

Os tráfegos gerados pelas redes locais 1, 2 e 3 foram sintetizados pela método MMW e no segundo caso foi usado amostras de tráfego real obtidas dos laboratórios *Lawrence Berkeley Laboratory* [36]. Esse foi o tráfego analisado no tópico 4.3.2 onde se conclui que ele possui característica multifractal.

Geraram-se três tráfegos sintéticos de 16384 ( $2^{14}$ ) amostras cada com parâmetros de entrada  $\alpha = 10$ ,  $\rho = 0.4$  e  $\gamma = 0.1$ . Os dados gerados pelo algoritmo do MMW correspondem à variação do tempo de saída dos pacotes.

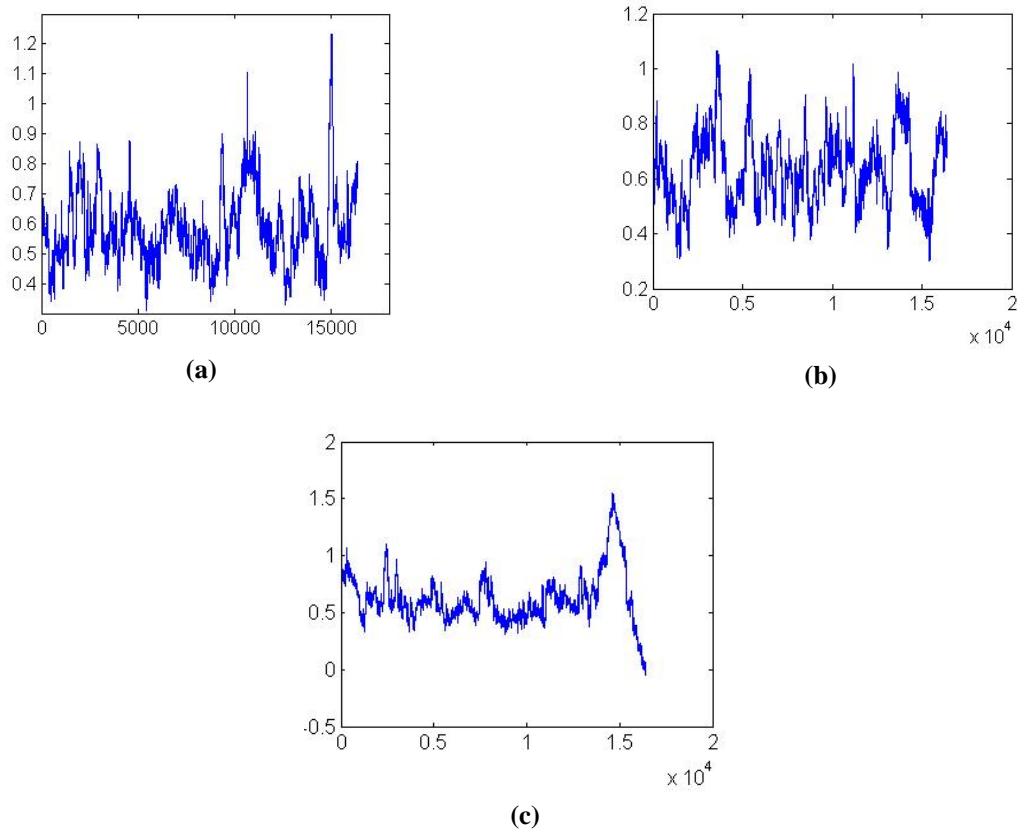
Esses três tráfegos representarão o fluxo de saída das redes locais LAN 1, LAN 2 e LAN 3 com destino a rede local LAN 4. A fim de clareza no procedimento, pode-se nomear o tráfego de saída da LAN 1 como tráfego A1, o tráfego de saída da LAN 2 como B1 e o tráfego de saída da LAN 3 como C1.

Para fins de simulação, estipulou-se que cada tráfego deveria ter um respectivo valor médio para tamanhos de pacotes. Estipulou-se que os pacotes do fluxo de saída da LAN 1 deveriam gerar uma taxa de transmissão com tamanho médio de pacotes de 128 Bytes, os da LAN 2 deveriam gerar uma taxa de transmissão com tamanho médio de pacote de 256 Bytes e os da LAN 3 uma taxa de transmissão com tamanho médio de pacotes de 512 Bytes. A Fig. 4.25 mostra graficamente esses fluxos.



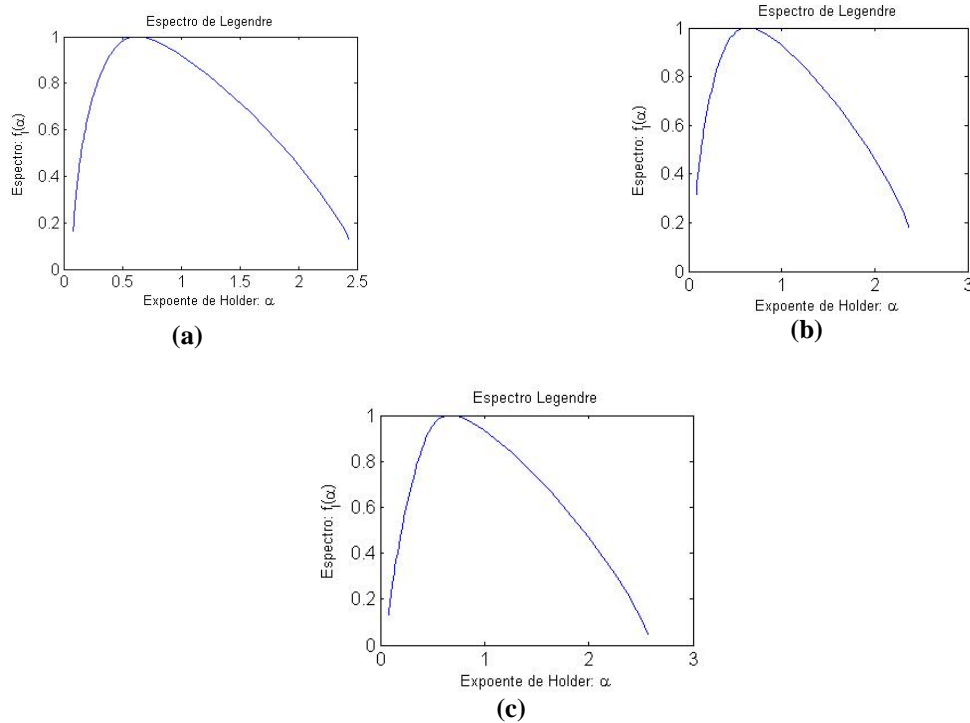
**Fig. 4.25 – Fluxos de saídas das redes locais LAN 1, LAN 2 e LAN 3 em direção a rede LAN 4**

A função do Expoente de Hölder desses tráfegos pode ser vista na Fig. 4.26



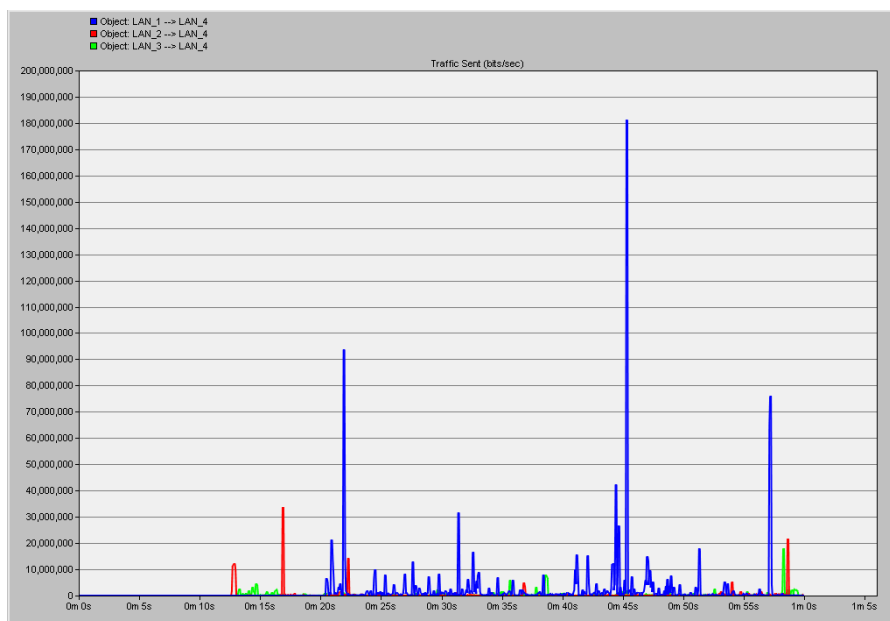
**Fig. 4.26 - Expoente de Hölder: (a) Tráfego A1 (b) Tráfego B1 (c) Tráfego C1**

Pode-se reparar que os valores do Expoente de Hölder nos três gráficos são bastante variantes (aproximadamente 0.9 para o tráfego A1, 0.8 para o tráfego B1 e 1,5 para o tráfego C1), mostrando características de um processo multifractal. Isso pode ser fundamento pelos respectivos espectros exibidos nas Fig. 4.27.



**Fig. 4.27 – Espectro de Legendre: (a) Tráfego A1 (b) Tráfego B1 (c) Tráfego C1**

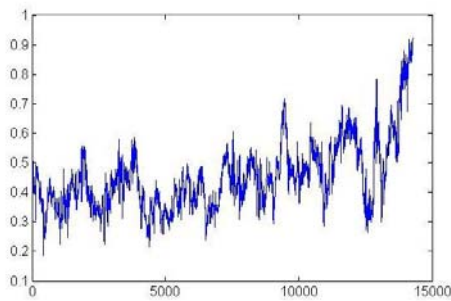
O tráfego de saída da do roteador D (a partir de agora referenciado como tráfego D1), que é o resultado da agregação dos tráfegos A1, B1 e C1, pode ser visto na Fig. 4.28.



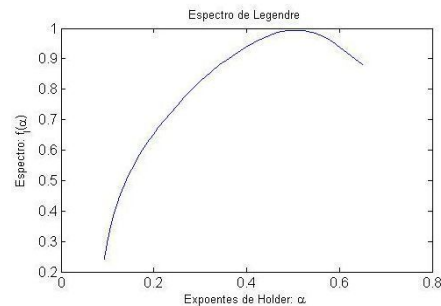
**Fig. 4.28 – Tráfego de saída do roteador D**

O tráfego de saída apresenta 14.277 amostras. Isso demonstra que a agregação do tráfego teve o efeito de mascarar as informações de alta frequência na análise escalar, ou seja, a diferença tempo de chegada de alguns pacotes foi baixa o suficiente para que não pudessem ser amostrados naquela escala. Pode-se comparar esse efeito com o observado no estudo do tópico 4.3.5, aonde o aumento da escala filtra as informações contidas nas grandes frequências.

É necessário comparar os o expoente de Hölder e o Espectro Multifractal do tráfego D1 com os tráfegos de origem (A1, B1 e C1) para estudar o efeito da agregação. O gráfico do Expoente de Hölder e o Espectro de Legendre podem ser vistos Fig. 4.1em Fig. 4.29 e em Fig. 4.30 respectivamente.



**Fig. 4.29 – Expoente de Hölder do tráfego D1**



**Fig. 4.1 asdfasd**

**Fig. 4.30 – Espectro de Legendre do tráfego D1**

O Expoente de Hölder varia numa faixa de 0.2 a 0.9 aproximadamente. Isso resulta numa variação máxima aproximada de 0.7 que é menor do que de qualquer um dos três tráfegos de origem.

Essa diminuição da variação do Hölder reflete no Espectro de Legendre que apesar de possui uma característica de concavidade acentuada varia numa faixa muito pequena de valores de Hölder.

Pode-se concluir que o tráfego de saída possui características multifractais, mas muito menos acentuadas do que as dos tráfegos de entrada do roteador D1. Isso se deve ao efeito da agregação do tráfego e era um comportamento já esperado. À medida que mais tráfegos são agregados o fenômeno de dependência de longa duração deve se tornar mais evidente e o tráfego deve assumir um comportamento auto-similar.

#### **4.4. Considerações Finais do Capítulo**

Nesse capítulo pode-se realizar vários estudos cujos resultados foram bastantes satisfatórios e condizentes com a bibliografia no campo de estudo sobre multifractal. Foi possível validar o método de geração e compara-lo com o comportamento de um tráfego real.

## **5. Conclusão**

A geração de tráfego multifractal está relacionada com a busca de mecanismos sintéticos que possam exprimir as qualidades e quantidades que representem o tráfego real. O resultado esperado é a possibilidade da simulação de diferentes tipos de tráfego de forma a ser possível a predição e a otimização de redes.

Ao considerar os trabalhos realizados na área de modelagem de tráfego, esse estudo mostrou evidências de que a teoria dos multifractais pode ser aplicada para se aproximar às características observadas principalmente nas menores escala dos sinais. Por isso foi implementado e validado um modelo de geração de tráfego multifractal sintético.

Foram apresentados resultados satisfatórios quando comparando o tráfego simulado com tráfegos reais, tanto na análise multifractal, quanto na agregação do tráfego e no comportamento multiescalar. A análise multifractal realizada nesta obra demonstra visivelmente o comportamento multifractal que os tráfegos reais possuem, validando, pois, a ferramenta como aplicável para modelar tráfegos e eficiente na sua caracterização.

Evoluções naturais para este trabalho que em muito enriqueceriam e que merecem especial destaque são a possibilidade de se extrair os parâmetros utilizados na modelação MMW de tráfegos reais e a detecção do espectro multifractal, tanto segundo Legendre quanto por Hausdorff, desenvolvida completamente em Java e devidamente integrada no software GTAR.

## Referências Bibliográficas

- [1] Ferreira, P.J. *Modelação de tráfego em redes de telecomunicações: modelos Markovianos e baseados em sistemas de Lindenmayer*, Tese de Doutorado, Departamento de Electrónica e Telecomunicações, Universidade de Aveiro, 149p, 2005.
- [2] Leland, W. *On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version)*, In IEEE/ACM Transactions on Networking, vol. 2, nº. 1, p. 1-15, 1994.
- [3] Norros, I. *A Storage Model With Self-Similar Input*, In Queueing Systems, vol. 16, nº. 3-4, p. 387-396, 1994.
- [4] Taqqu, M. S., Willinger, W. e Sherman, B. *Proof of a fundamental result in self-similar traffic modeling*, In Computer Communication Review, vol. 27, p. 5-23, 1997.
- [5] Park, K. *Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation*, Ed. Wiley-Interscience, 1ª Edição, 558p, 2002.
- [6] Crovella. M.E. e Bestavros, A. *Self-Similarity in World Wide Web Traffic: Evidence and Possible Causes*, In IEEE/ACM Transactions on Networking, vol. 5, nº. 6, p. 835-846, 1997.
- [7] Erramilli, A., Pruthi, P. e Willinger, W. *Self-Similarity in High-Speed Network Traffic Measurements: Fact or Artifact?*, VVT Symposium, vol. 154, p. 299-310, 1995.
- [8] Abry, P., Baraniuk, R.G., Flandrin, P. Riedi, R.H. e Veitch, D. *The Multiscale Nature of Network Traffic: Discovery, Analysis, and Modelling*, In IEEE Signal Processing Magazine, vol. 19, nº. 3, p. 28-46, 2002.
- [9] Baraniuk, R.G., Crouse, M.S., Ribeiro, V.J. e Riedi, R.H. *Multiscale Queuing Analysis of Long-Range-Dependent Network Traffic*, In IEEE INFOCOM, p. 1026-1035, 2000.

- [10] Baraniuk, R.G., Crouse, M.S., Ribeiro, V.J. e Riedi, R.H. *Network Traffic Modeling using a Multifractal Wavelet Model*, In 5° International Symposium on Digital Signal Processing for Communication System, DSPCS'99, 1999.
- [11] Baraniuk, R.G., Crouse, M.S., Ribeiro, V.J. e Riedi, R.H. *A Multifractal Wavelet Model with Application to Network Traffic*, In IEEE Transactions on Information Theory, vol. 45, nº. 3, p. 992-1017, 1999.
- [12] Vieira, F.H., *Contribuições ao Cálculo de Banda e de Probabilidade de Perda para Tráfego Multifractal de Redes*, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2006.
- [13] Bizerra, R.S. *GTAR – Uma Ferramenta para Análise de Desempenho em Redes Convergentes*, Projeto Final de Graduação, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2006.
- [14] Carneiro, B.N. e Queiroz, B.G. *Modelagem, Geração e Análise de Tráfego em Redes Multiserviços*, Projeto Final de Graduação, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2006.
- [15] Dang, T. D., Molnár S. e Maricza I.. *Capturing the Complete Multifractal Characteristics of Network Traffic*. In GLOBECOM, Taipei, Taiwan, 2002.
- [16] Riedi, R.H. e Levy-Vehel, J. *TCP traffic is multifractal: A numerical study*, Preprint, 1997.
- [17] Cheng, H., Fang, Y., Huang, J. e Shao, Z. *Multifractal Analysis of Abnormal Network Traffic*, APAN Network Research Workshop 2004, 2004.
- [18] Oliveira, H.M. *Análise de Sinais para Engenheiros, uma Abordagem via Wavelet*, Ed. Brasport, 2007.
- [19] Gilbert, A.C. *Multiscale Analysis and Data Networks*, Appl. Comp. Harm. Anal., 10(3), p. 185-202, 2001.
- [20] Mandelbrot, B. *The Fractal Geometry of Nature*, 1ª Edição, Ed. W. H. Freeman, 1977.



- [21] Beran, J. *Statistics for long-memory process*, 1ª Edição, Ed. Chapman Hall, 1994.
- [22] Ling, L. e Perlingeiro, F.R. *Uma nova abordagem para estimação da banda efetiva em processos fractais*, In Revista IEEE América Latina, vol. 3, nº. 5, p. 60-70 2005.
- [23] Gilbert, A. e Seuret, S. *Pointwise Hölder exponent estimation in data network traffic*, In ITC Specialist Seminar, 2000.
- [24] Jorge, C., Vieira, F.H. e Ling, L. *Predição Adaptativa do Expoente de Hölder para Tráfego Multifractal de Redes*, In XXVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2005.
- [25] Falconer, K. *Fractal geometry: mathematical foundations and applications*, 1ª Edição, Ed. John Wiley & Sons, 1990.
- [26] Deus, M. A. *Estratégias de Gerenciamento de Banda IP-MPLS para o Transporte Eficiente de Serviços Integrados*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2007.
- [27] Molnár, S., Dang, T. D. e Maricza, I.. *On the Queue Tail Asymptotics for General Multifractal Traffic*. High speed networks laboratory, dept of Telecommunications and Telematics, Budapest University of Technology and Economics, 2002.
- [28] Braniuk, R., Gonçalves, P. e Riedi, R. *A Simple Statistical Analysis of Wavelet-based Multifractal Spectrum Estimation*. In Signals, Systems & Computers, Conference Record of the Thirty-Second Asilomar Conference, 1998.
- [29] Lévy, J. e Sikdar, B. *A Multiplicative Multifractal Model for TCP Traffic*. Sixth IEEE Symposium on Computers and Communications, 2001.
- [30] Arneodo, A., Bacry, E., e Muzy, J.F. *Wavelet and Multifractal Formalism for Singular Signals: Application to Turbulence Data*, In Physical Review Letters, Volume 67, Issue 25, p. 3515-3518, 1991.

- [31] Arneodo, A., Bacry, E., e Muzy, J.F. *The thermodynamics of fractals revisited with wavelets*, In Physica A, Volume 213, Issue 1-2, p. 232-275, 1995
- [32] Struzik, Z.R. *Direct Multifractal Spectrum Calculation from the Wavelet Transform*, Technical Report: INS-R9914, 1999.
- [33] Feldmann, A., Gilbert, A.C. e Willinger, W. *Data Networks as Cascades: Investigating the multifractal nature of Internet WAN Traffic*, In Proc. of the ACM SIGCOMM'98, pp. 42-55, 1998.
- [34] Mallat, S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Ed. Academic Press, Second edition, 1999.
- [35] <http://www.mathworks.com> acessado em 03 de dezembro de 2007, às 2:00.
- [36] <http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/LBL-TCP-3.html> acessado em 23 de novembro de 2007 às 15:00.
- [37] Ostrowsky, L. O. *Modelos de Tráfego para Fluxos Gerados pelo Protocolo UDP*, Dissertação de Mestrado, Instituto de Computação, Universidade de Campinas, São Paulo, 2005.
- [38] Abry, P. Veitch, D. *Wavelet analysis of long-range-dependent traffic*, In IEEE Transactions on Information Theory, vol. 44, nº 1, p. 2-15, 1998
- [39] Burrus, C. S., Gopinath, R. A., e Guo, H. *Intoduction to Wavelets and Wavelet Transforms*, Prentice Hall
- [40] Marquardt, D.W. *An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters* In Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 11, p. 431–441, 1963.
- [41] Dang, T.D., Molnár, S. e Maricza, I.. *Queuing Performance Evaluation for general Multifractal Traffic*. In International Journal of Communications Systems, 16 (2), p. 117-136, 2003.

- [42] Young, P. *Recursive Estimation and Time Series Analysis: An Introduction* Ed. Springer-Verlag, 1<sup>a</sup> Edição, 1984.

## **Apêndices**

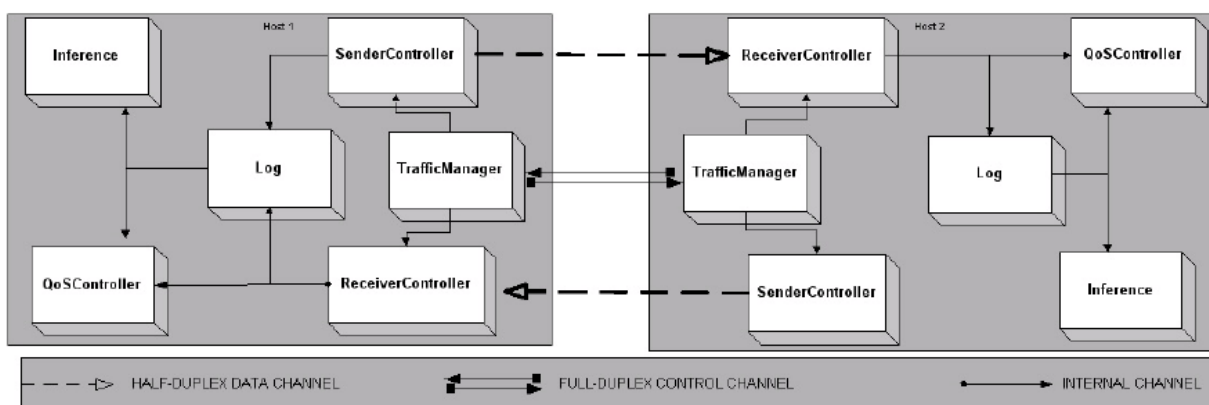
## A. GTAR – Gerador de Tráfego e Analisador de Rede

O software GTAR (Gerador de Tráfego e Analisador de Rede) apresentado em [13] é uma ferramenta de código aberto e que tem como objetivo principal a análise de uma rede de acordo com a seguinte estrutura:

1. Estabelecimento de sincronismo entre diversos elementos dessa rede com um intervalo de acurácia de 1ms.
2. Geração de tráfegos, entre os diversos elementos sincronizados, de acordo com um processo estocástico.
3. Análise dos resultados coletados:
  - a. Atraso sofrido por cada pacote entre origem e destino.
  - b. Variação do atraso entre pacotes sucessivos (jitter).
  - c. Vazão (em bps) de cada tráfego que é inserido na rede pela ferramenta.
  - d. Análise estatística do processo de saída e de chegada de pacotes na origem e no destino respectivamente.

Dessa forma a ferramenta está dividida em três módulos básicos:

1. Módulo de sincronismo.
2. Módulo de geração de tráfego.
3. Módulo de inferência e análise de performance.



**Fig. A.1 – Arquitetura do GTAR (extraída de [13])**

Na Fig. A.1 é mostrada a estrutura dos módulos de geração de tráfego e de inferência e análise de performance.

O módulo de geração de tráfego é composto pelo *TrafficManager* que estabelece como será o tráfego, ou seja, o tempo entre os pacotes e tamanho dos pacotes definidos de acordo com a distribuição selecionada, *SenderController* que recebe as definições do tráfego do *TrafficManager* e envia os pacotes, *ReceiverController* que recebe os pacotes de um tráfego pré-estabelecido e envia ao *Log* e ao *QoSController* as informações relevantes de cada pacote (tamanho, tempo de saída, tempo de chegada e número do pacote) e *Log* que escreve as informações recebidas em arquivos próprios.

O módulo de inferência é composto do *QoSController* que faz a análise das medidas de QoS (*Quality of Service*) a partir dos dados obtidos no *Log* ou diretamente com o *ReceiverController* e do *Inference* que busca estimar valores estatísticos do tráfego (média, variância, parâmetro de Hurst e adequação a certa distribuição matemática).

## B. Análise utilizando *Wavelets*

A análise wavelet tem sido utilizada para estudar as propriedades de dependência em escala dos dados diretamente através dos coeficientes da decomposição escala-tempo wavelet. Quando há alguma evidência de longa dependência (LRD), a análise wavelet é capaz de oferecer estimativas não polarizadas e que podem ser implementadas usando técnicas da análise de multiresolução.

### B.1. Análise de Multiresolução e Transformada Wavelet Discreta

A análise de multiresolução (Multiresolution Analysis - (MRA)) é formulada com base em subespaços  $\{v_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ , satisfazendo as seguintes propriedades [38]:

1.  $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} v_j = \{0\}$ ,  $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} v_j$  em  $L^2$  (espaço de funções integráveis quadráticas);
2.  $v_j \subset v_{j-1}$ ;
3.  $x(t) \in v_j \leftrightarrow x(2^j t) \in v_0$ ;

4. Existe uma função  $\varphi_0(t)$  em  $v_0$ , denominada função escala, tal que  $\{\varphi_0(t-k), k \in \mathbb{Z}\}$  é uma base para  $v_0$ . De forma análoga, o conjunto de funções transladadas no tempo e modificadas em escala:

$$\{\varphi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \varphi_0(2^{-j}t - k), k \in \mathbb{Z}\} \quad (\text{B.1})$$

Constituem uma base para o espaço vetorial  $v_j$ . Portanto, o espaço que contém sinais de mais alta resolução também contém aqueles de menor resolução.

Pode-se pensar na análise de multiresolução de um sinal  $x(t)$  como uma sucessiva projeção do sinal em cada subespaço  $v_j$ . Assim, estes subespaços são vistos como subespaços de aproximação, ou seja:

$$\text{approx}_j(t) = (\text{proj}_{v_j} x)(t) = \sum_k a_x(j, k) \varphi_{j,k}(t) \quad (\text{B.2})$$

Uma vez que  $v_j \subset v_{j-1}$ ,  $\text{approx}_j(t)$  é uma aproximação mais grosseira do sinal  $x(t)$  do que, por exemplo,  $\text{approx}_{j-1}$ . Portanto, a idéia chave da MRA consiste em examinar as diferenças, ou seja, os detalhes entre os subespaços de aproximação variados por várias escalas da função escala, que podem ser expressos por:

$$\text{detail}_j(t) = \text{approx}_j(t) - \text{approx}_{j-1}(t) \quad (\text{B.3})$$

As funções que descrevem as diferenças entre subespaços  $v_j$  são as *wavelets*  $\psi_{j,k}(t)$ .

Como resultado, os subespaços *wavelets*  $w_j$  podem ser definidos de tal forma que:

$$\begin{aligned} v_2 &= v_3 \oplus w_3 \\ v_1 &= v_2 \oplus w_2 \\ v_0 &= v_1 \oplus w_1 \\ v_0 &= v_3 \oplus w_3 \oplus w_2 \oplus w_1 \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Em geral, isso resulta em  $L^2 = v_j \oplus w_j \oplus w_{j-1} \oplus w_{j-2} \dots \oplus w_1$ . Como consequência da equação (B.4) tem-se que o sinal de detalhes  $detail_j(t)$  pode ser obtido diretamente pelas projeções de  $x$  em subespaços *wavelets*, já que esses subespaços residem no espaço varrido pela função escala. A análise de multiresolução mostra que existe uma função  $\psi_0$ , denominada wavelet-mãe, que é derivada de  $\phi_0$  tal que o conjunto de funções

$\left\{ \psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi_0(2^{-j}t - k), k \in \mathbb{Z} \right\}$  constitui uma base para os subespaços  $w_j$  e assim:

$$detail_j(t) = (proj_{w_j} x)(t) = \sum_k d_x(j, k) \psi_{j,k}(t) \quad (\text{B.5})$$

Basicamente, como pode-se notar pela equação (B.4), a análise de multiresolução (MRA) permite reescrever a informação  $x$  como uma coleção de detalhes em diferentes resoluções e uma aproximação de mais baixa resolução da seguinte forma:

$$x(t) = approx_j(t) + \sum_{j=1}^{j=J} detail_j(t) \quad (\text{B.6})$$

$$= \sum_k a_x(J, k) \phi_{j,k}(t) + \sum_{j=1}^J \sum_k d_x(j, k) \psi_{j,k}(t) \quad (\text{B.7})$$

A aproximação mais grosseira  $approx_j(t)$  de um sinal  $x$  significa que  $\phi_0$  pode ser visto como um filtro passa-baixas. Os detalhes do sinal na escala  $j$  representado por  $detail_j(t)$  indica que  $\psi_0$  tem função de filtro passa-faixa. Dada uma função escala  $\phi_0$  e uma wavelet-mãe  $\psi_0$  a transformada *wavelet* discreta consiste de um mapeamento  $L^2(\mathbb{R}) \rightarrow L^2(\mathbb{Z})$  dado por:

$$x(t) \rightarrow \{ \{ a_x(J, k), k \in \mathbb{Z} \} \{ d_x(j, k), j = 1, \dots, J, k \in \mathbb{Z} \} \} \quad (\text{B.8})$$

Os coeficientes  $a_x$  e  $d_x$  podem ser calculados através dos produtos internos de  $x$  com dois conjuntos de funções:



$$\left. \begin{aligned} a_x(j,k) &= \langle x, \varphi_{j,k}^o \rangle \\ d_x(j,k) &= \langle x, \psi_{j,k}^o \rangle \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.9})$$

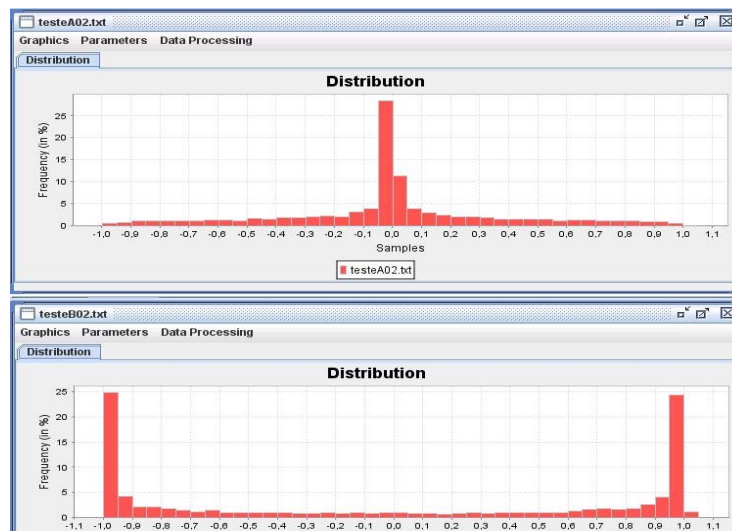
Onde  $\psi_{j,k}^o$  e  $\varphi_{j,k}^o$  são versões dilatadas e transladadas de  $\psi_{j,k}$  e  $\varphi_{j,k}$ . Estes coeficientes podem ser facilmente calculados usando banco de filtro como é mostrado em [39].

## C. Considerações sobre a distribuição Beta

Uma especial dificuldade encontrada em ambas as implementações foi referente à distribuição Beta. O software já possui um módulo capaz de realizar este tipo de distribuição de probabilidade, no entanto, este somente consegue englobar um domínio de  $[0,1]$ , o que não confere com o mecanismo proposto em [11], já que Riedi sugere que a distribuição Beta tenha domínio entre  $[-1,1]$ . Duas foram as formas propostas para se solucionar este problema: fazer uma distribuição beta multiplicada com uma uniforme de domínio desejado (hipótese 1); e outra colocando-se uma distribuição beta expandida e deslocada, de forma a abordar o domínio necessário (hipótese 2).

Uma análise foi realizada para descobrir qual das formas acima propostas é mais adequada ao modelo. Baseado na Fig. 3.5, considerando as duas hipóteses e uma distribuição Beta do tipo  $\beta(\rho, \rho)$ , observam-se os seguintes resultados para  $\rho=0.2$  (Fig. C.1),  $\rho=1$  (Fig. C.2),  $\rho=4$  (Fig. C.3) e  $\rho=20$  (Fig. C.4). Nas Fig.s, a parte superior representa a hipótese 1 e a parte inferior a hipótese 2.

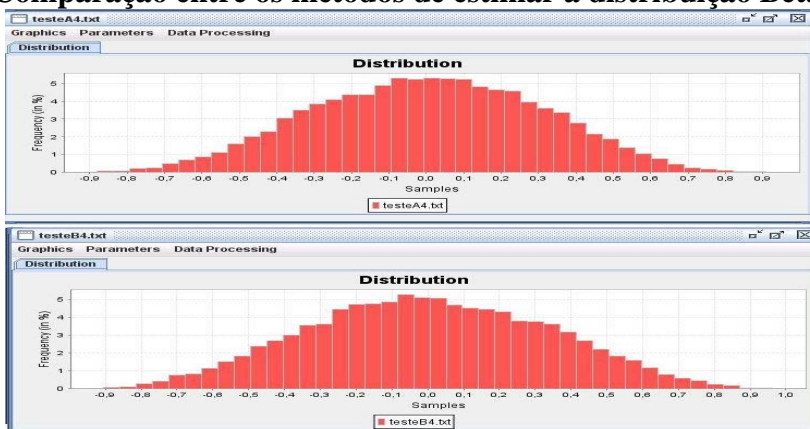
A hipótese 2 se mostra superior à primeira, tendo um comportamento de distribuição estatística muito semelhante ao ideal demonstrado graficamente na Fig. 3.5.



**Fig. C.1 – Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para  $\rho = 0.2$**



**Fig. C.2 - Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para  $\rho = 1$**



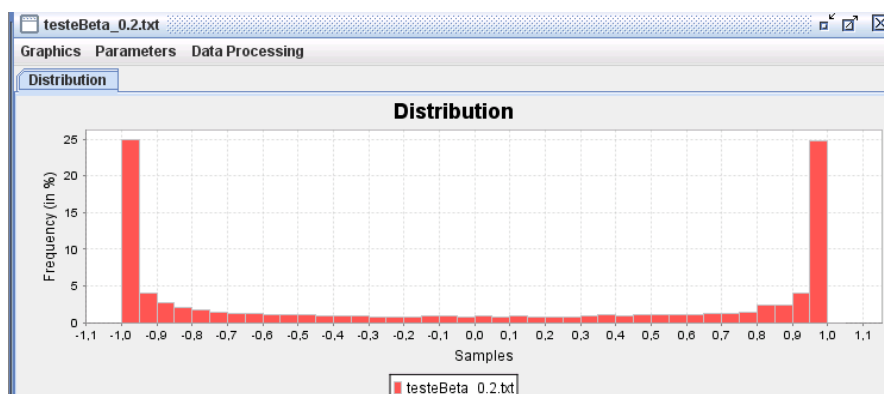
**Fig. C.3 - Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para  $\rho = 4$**



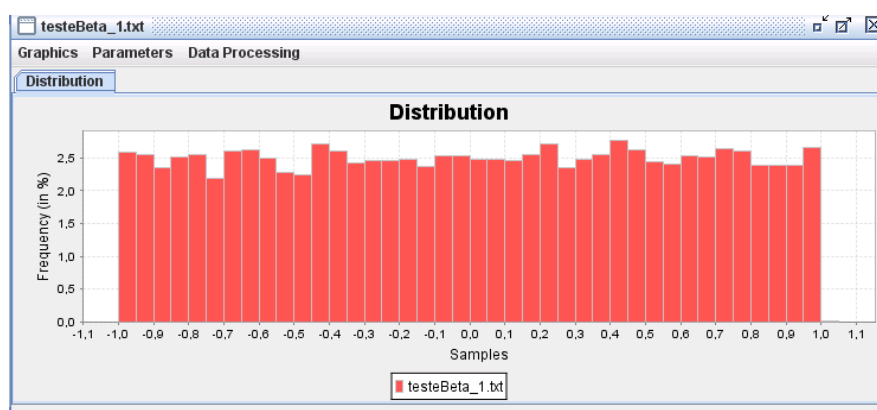
**Fig. C.4 - Comparação entre os métodos de estimar a distribuição Beta para  $\rho = 20$**

Para o desenvolvimento em Java, alguns testes foram realizados para se analisar a confiabilidade da geração. Foi efetuada uma geração semelhante à anterior, com mesmo número de amostras (16.384), e para os mesmos valores de parâmetros de entrada.

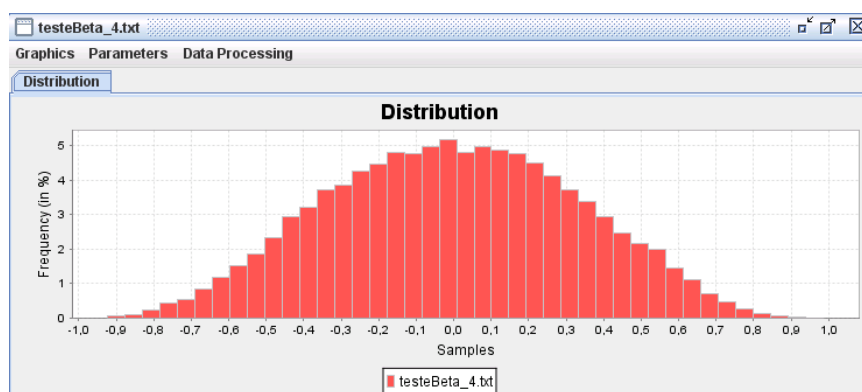
Conforme pode ser observado, para  $\rho=0.2$  (Fig. C.5),  $\rho=1$  (Fig. C.6),  $\rho=4$  (Fig. C.7) e  $\rho=20$  (Fig. C.8), a geração se mostra bastante equivalente à hipótese 2, confirmando a funcionalidade da geração.



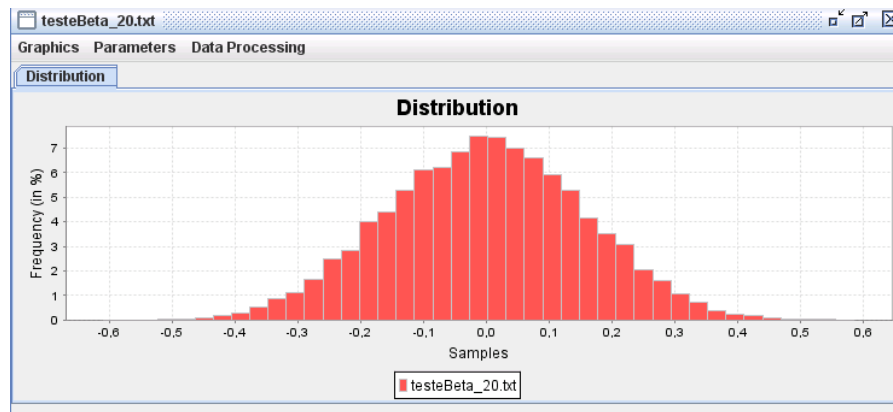
**Fig. C.5 – Distribuição Beta com  $\rho = 0.2$  utilizando a implementação em Java**



**Fig. C.6 – Distribuição Beta com  $\rho = 1$  utilizando a implementação em Java**



**Fig. C.7 – Distribuição Beta com  $\rho = 4$  utilizando a implementação em Java**



**Fig. C.8 – Distribuição Beta com  $\rho = 20$  utilizando a implementação em Java**

## D. Estudo sobre parâmetros $\alpha$ , $\rho$ e $\gamma$

### D.1. Estimação dos parâmetros $\alpha$ , $\rho$ e $\gamma$ para um tráfego real

Para que uma ferramenta de análise de comportamento e predição de redes possa cumprir sua função não basta apenas ser capaz de gerar tráfego condizente com determinada teoria (poissoniana, auto-similar ou multifractal), é necessário que ela seja capaz de, através de um tráfego real, estimar parâmetros que possam ser usados na geração de amostras que, nos diversos testes (análises estatísticas, parâmetro de Hurst, função expoente de Hölder, Espectro de Legendre, etc), se assemelhem com as amostras originais.

No caso do método de geração de tráfego proposto por Viera em sua tese de doutorado [12] o Modelo Multifractal baseado em Wavelet (MMW), para se gerar amostras que seguem um modelo multifractal deve-se entrar com três parâmetros ( $\alpha$ ,  $\gamma$  e  $\rho$ ).

Em seu trabalho é proposto um método de estimação adaptativa dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\rho$  e  $\gamma$  através do algoritmo de Levenbeg-Marquardt [40]. Segundo [41], dado um processo de incrementos  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ , e seja o seu processo agregado correspondente a  $X^m$  ao nível  $m$  definido como:

$$X_t^m = X_{(t-1)m+1} + X_{(t-1)m+2} + \dots + X_{(t)m} \quad (\text{D.1})$$

Se esse processo apresenta propriedades em escala (scaling behavior), então o momento absoluto  $E\left(|X_t^m|^q\right)$  pelo valor de  $m$  em um gráfico log-log deve ser uma reta que segue a seguinte relação:

$$\log E\left(|X_t^m|^q\right) = \tau_0(q) \log m + \log c(q) \quad (\text{D.2})$$

Utilizando o método de mínimos quadrados recursivos [42] podemos estimar o valor de  $\tau_0(q)$  pela inclinação dessa reta e  $c(q)$  pelo ponto de intersecção no eixo vertical.

Para estimar os parâmetros desejados utiliza-se o algoritmo de Levenberg-Marquardt. A partir da equação (D.2) e do método dos mínimos quadrados, pode estimar para uma amostra de tamanho  $n$  os valores de  $\tau_0(q)$  e  $c(q)$  são:

$$\hat{\tau}_0(q) = \frac{\sum_{m=1}^n \log E\left(|X^m|^q\right) \log m - n E\{\log m\} E\left\{\log E\left(|X^m|^q\right)\right\}}{\sum_{m=1}^n \log m^2 - n E\{\log m\}^2} \quad (\text{D.3})$$

$$\log c(q) = \frac{E\left\{\log E\left(\left|X^m\right|^q\right)\right\} \sum_{m=1}^n (\log)^2 - E\{\log m\} \sum_{m=1}^n \log m \log E\left(\left|X^m\right|^q\right)}{\sum_{m=1}^n \log m^2 - nE\{\log m\}^2} \quad (D.4)$$

Determina-se o parâmetro  $\alpha$  aplicando o algoritmo de Levenberg-Marquardt, que consiste de um método de estimação não-linear de parâmetros, para equação (D.3). Para isso deve-se minimizar a seguinte equação:

$$\Phi = \sum_{q=1}^n \left( \log_2 \left( \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(2\alpha+q)}{\Gamma(2\alpha)\Gamma(\alpha+q)} \right) - \hat{\tau}_0(q) \right)^2 \quad (D.5)$$

A equação de atualização do algoritmo de Levenberg-Marquardt para estimação do parâmetro  $\alpha$  é [40]:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - (H_{es} + \eta \text{diag}(H))^{-1} \nabla \Phi(\alpha_i) \quad (D.6)$$

Onde  $H_{es}$  é a matriz Hessiana ( $H_{es} = \nabla^2 \Phi(\alpha_i)$ ),  $\eta$  é um parâmetro de controle,  $\alpha_i$  é o valor do parâmetro  $\alpha$  na  $i$ -ésima iteração do algoritmo e  $\nabla$  representa o operador gradiente da função.

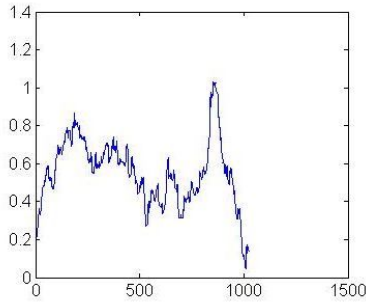
De forma similar, o algoritmo de Levenberg-Marquardt pode ser aplicado para estimar os valores dos parâmetros  $\gamma$  e  $\rho$ .

## D.2. Estudo empírico do efeito da variação dos parâmetros $\alpha$ , $\rho$ e $\gamma$

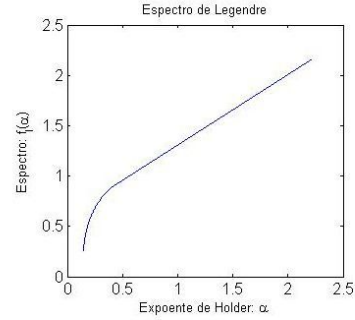
No presente trabalho não foi inserida forma de extrair os parâmetros  $\alpha$ ,  $\rho$  e  $\gamma$ . Para tanto, de forma a prover uma boa simulação multifractal, testes foram empiricamente realizados visando encontrar valores satisfatórios a serem utilizados como entrada aos parâmetros. A seguir algumas considerações a este respeito.

Inicialmente, será efetuada a análise para variações de  $\alpha$ , mantendo os outros parâmetros fixos em  $\gamma=0.1$  e  $\rho=0.4$ . Utilizou-se sempre valores positivos, já que trata-se da entrada para uma distribuição Beta.

Quando efetuada a geração para  $\alpha=1, 2, 3$ , o gerador não conseguiu retornar nenhum tráfego. Para  $\alpha=4$ , expoente de Hölder e Espectro multifractal estão ilustrados em Fig. D.1.



(a)

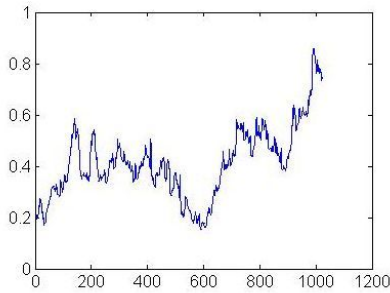


(b)

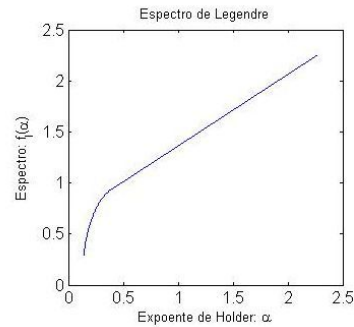
**Fig. D.1 – (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para  $\alpha = 4$**

Visualmente, percebe-se que este tráfego não se mostra multifractal, dado a aspecto retilíneo do Espectro de Legendre.

Ilustração da verificação do parâmetro para  $\alpha = 7$ , em Fig. D.2.



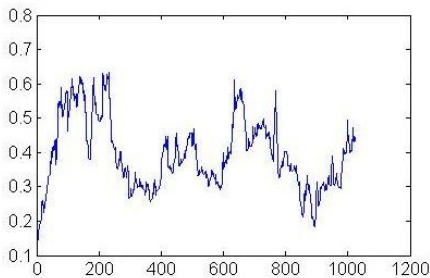
(a)



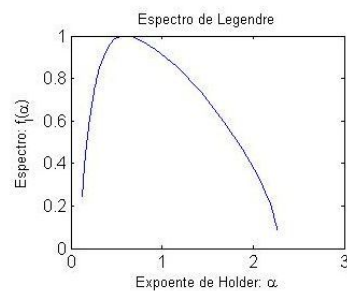
(b)

**Fig. D.2 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para  $\alpha = 7$**

O aspecto linear persiste, não mostrando adequação a proposta multifractal. Tentativa para  $\alpha = 10$ , em Fig. D.3.



(a)



(b)

**Fig. D.3 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para  $\alpha = 10$**

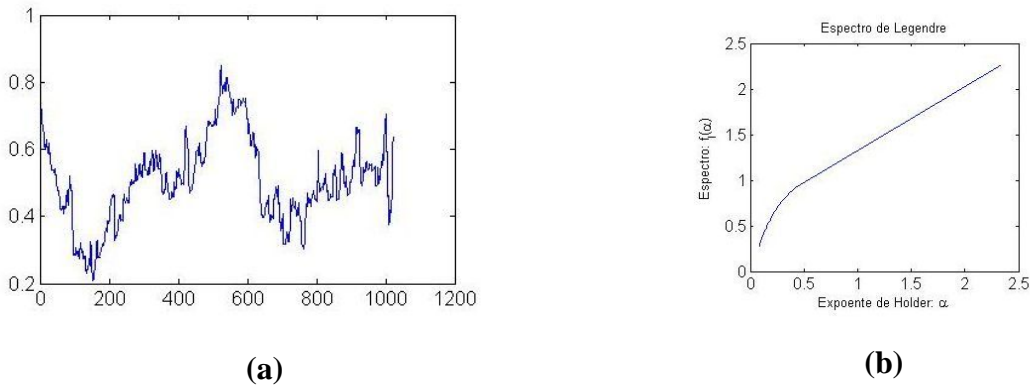
É nítido o comportamento multifractal para este parâmetro, de acordo com o que foi proposto teoricamente. Para valores superiores a 10, o aspecto da multifractalidade persiste, o que é relativamente compreensível, já que a disposição da distribuição Beta para valores maiores de  $\alpha$  tende a uma normalização da distribuição.



Realiza-se também uma análise do parâmetro  $\rho$ . Este representa a média da distribuição normal utilizada para se definir a variável  $Y$ , que no procedimento de geração multifractal significa o vetor multiplicador que irá atuar ao longo da cascata multiplicativa, dotado de uma distribuição log-normal.

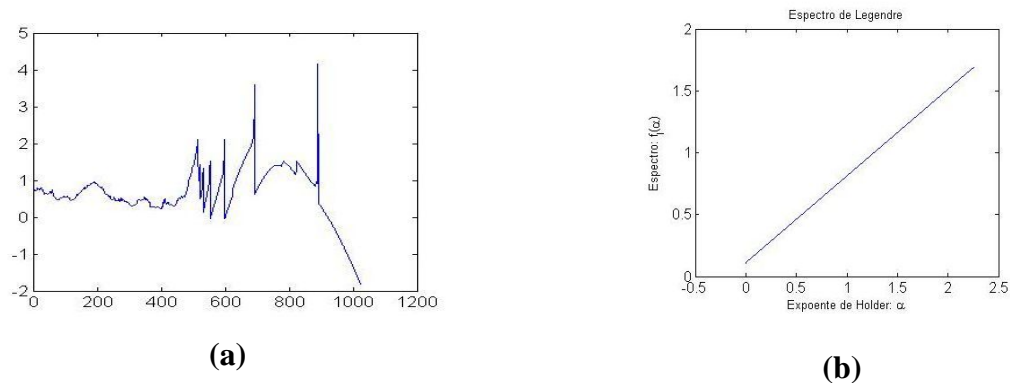
O valor utilizado como padrão no trabalho foi  $\rho=0.4$ , ilustrado em Fig. D.3.

Para  $\rho=0.8$ , o comportamento da função Hölder e do Espectro de Legendre estão demonstrados em Fig. D.4.



**Fig. D.4 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para  $\rho = 0.8$**

Percebe-se um comportamento monofractal, com variações leves de Hölder e com o espectro de Legendre bastante retilíneo. Em Fig. D.5, é demonstrado o comportamento para  $\rho=3.5$ .



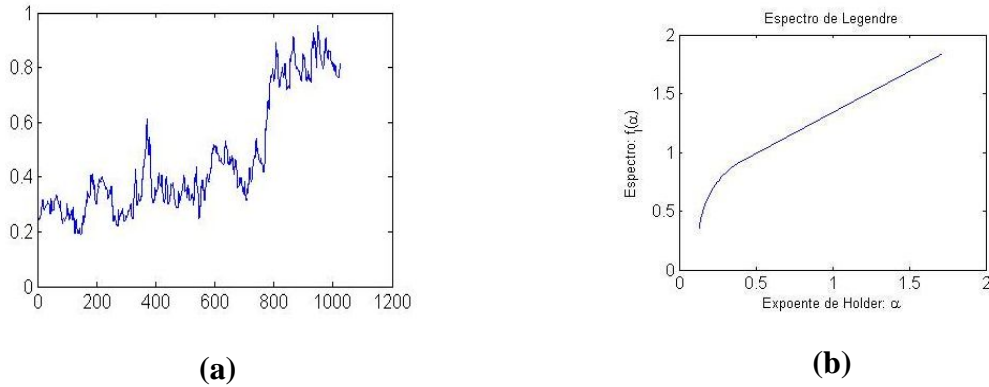
**Fig. D.5 - (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para  $\rho = 3.5$**

É fácil perceber o comportamento monofractal da amostra pelo formato extremamente linear do espectro, e pela baixa variação do Hölder, apesar de uns momentos mais oscilantes, a variação foi bem baixa.

Serão feitas a partir deste ponto considerações a respeito do parâmetro de entrada  $\gamma$ , que representa o desvio padrão da distribuição normal originada pela variável  $Y$ , de

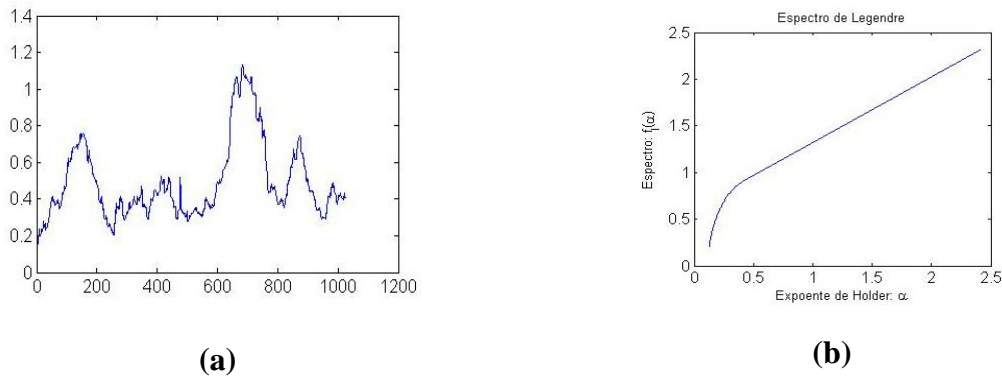
distribuição log-normal. Novamente, foram fixados os valores das outras variáveis, a saber,  $\alpha = 10$  e  $\rho = 0.4$ .

Inicia-se com  $\gamma = 0.1$ , conforme ilustrado em Fig. D.3, demonstrando um tráfego multifractal. Aumentou-se este valor para  $\gamma = 0.4$ , de acordo com Fig. D.6.



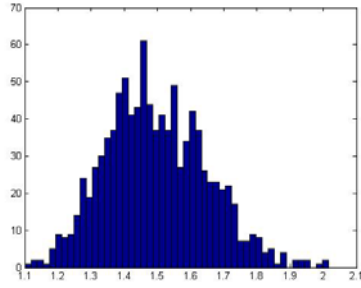
**Fig. D.6 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para  $\gamma = 0.1$**

Mostra-se que o aspecto multifractal já está bastante enfraquecido. Em Fig. D.7, este comportamento persiste para  $\gamma = 1$ , mostrando que a característica apresenta-se mais tênue.

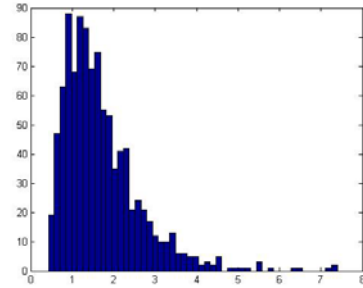


**Fig. D.7 (a) Expoente de Hölder (b) Espectro Multifractal para  $\gamma = 1$**

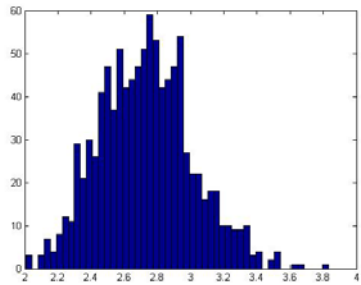
Analisando-se o comportamento exibido nos testes previamente exibidos com a forma adquirida pela distribuição log-normal, percebe-se que conforme o valor da média  $\rho$  aumenta, o gráfico da distribuição de probabilidade se desloca para a direita; e conforme o valor do desvio padrão  $\gamma$  de  $Y$  aumenta, o comportamento da distribuição irá se comprimir gradativamente, aproximando-se de zero. Algumas ilustrações relacionadas a este comportamento serão exemplificadas em Fig. D.8 para observação.



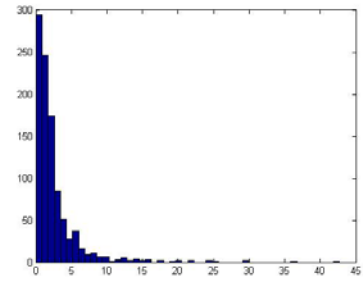
$$\rho=0.4 ; \gamma=0.1;$$



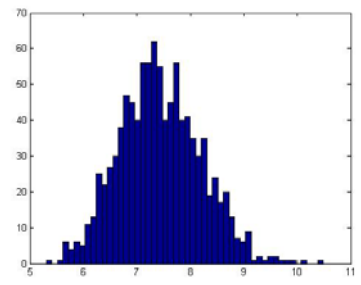
$$\rho=0.4 ; \gamma=0.5;$$



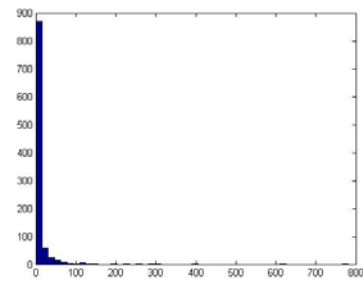
$$\rho=1 ; \gamma=0.1;$$



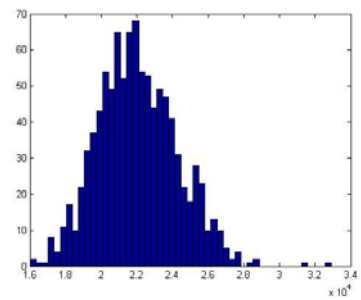
$$\rho=0.4 ; \gamma=1;$$



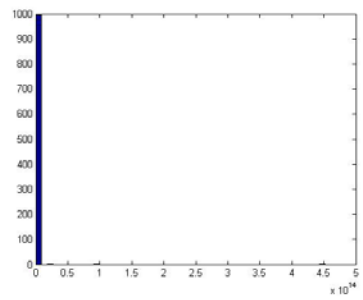
$$\rho=2 ; \gamma=0.1;$$



$$\rho=0.4 ; \gamma=2;$$



$$\rho=10 ; \gamma=0.1;$$



$$\rho=0.4 ; \gamma=10;$$

**Fig. D.8 – Comportamento da distribuição Log-Normal**

Como os elementos da cascata multiplicativa assumem valores muito pequenos, o multiplicador  $Y$  não pode possuir um desvio padrão grande, pois com isso a probabilidade destes valores irá crescer muito nas proximidades de zero, o que causará na geração de

valores extremamente pequenos e mal distribuídos, atrapalhando o processo multifractal. Já o aumento significativo da média dos multiplicadores em  $Y$  acarreta em multiplicadores muito grandes, o que também não se mostra algo interessante, pois prejudica na modelação do tráfego, imprimindo um aspecto monofractal.